令和９年度長崎県公立学校
教員採用選考第１次試験問題

教科・科目
高校　数学

受験番号		氏名	

実施日　令和８年５月１０日（日）

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験

高校数学

※ 解答はすべて解答用紙の該当欄に記入すること。ただし、$\boxed{1}$は答えのみを明記し、$\boxed{1}$以外は特に指示がない限りは答えのみではなく、答えに至る過程も明記すること。

$\boxed{1}$ 次の各問いに答えよ。

問１　962 と 259 の最大公約数を求めよ。

問２　次の２つの不等式 $2x^2-3x-5>0$、$x^2-(a+2)x+2a<0$ を同時に満たす自然数xがただ１つ存在するとき、定数aの値の範囲を求めよ。

問３　複素数zは方程式$z^5=1$を満たす。zの実部と虚部がともに正であるとき、zを極形式で表せ。ただし、偏角θの範囲は$0\leqq\theta<2\pi$とする。

問４　数列 $\{a_n\}$ の初項から第n項までの総和をS_nとする。$S_n=n^2+3n+1$のとき、一般項a_nを求めよ。

問５　極限値 $\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\frac{1}{n+1}+\frac{1}{n+2}+\frac{1}{n+3}+\cdot\cdot\cdot+\frac{1}{2n}\right)$ を求めよ。

２　$f(x)=x-\sin x$とするとき、次の各問いに答えよ。

問１　関数 $y=f(x)$ が単調増加することを示せ。

問２　$\lim_{x\to\infty} f(x)=\infty$ であることを示せ。

問３　曲線 $y=f(x)$ と x 軸および直線 $x=\frac{\pi}{2}$ で囲まれた部分の面積 S を求めよ。

問４　曲線 $y=f(x)$ と x 軸および直線 $x=\frac{\pi}{2}$ で囲まれた部分を x 軸のまわりに１回転してできる回転体の体積 Vを求めよ。

３　次の各問いに答えよ。

問１　点（4，3）を中心とし、点（5，3）を通る円について考える。
（１）この円の方程式を求めよ。ただし、解答欄には答えのみ記入せよ。
（２）点（1，4）を通り、（１）の円に接する直線の方程式を求めよ。

問２　$y=\log_2(x^2+2x+3)+\dfrac{1}{\log_2(x^2+2x+3)}$について考える。ただし$x$は実数とする。

（１）$t=x^2+2x+3$とする。tの取りうる値の範囲を求めよ。
（２）yの最小値とそのときのxの値を求めよ。

４　次の各問いに答えよ。

問１　1 から 8 までの目がある正八面体のサイコロを３回振るとき、次の各問いに答えよ。

（１）3 の倍数の目がちょうど 2 回出る確率を求めよ。

（２）3 の倍数の目がちょうど 2 回出たとき、その出た目の中に 6 が含まれる条件付き確率を求めよ。

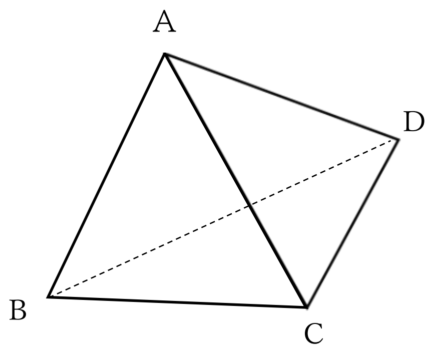
問２　0 から 3 までの 4 個の数字から重複を許して 3 桁の整数を作るとき、次の各問いに答えよ。

（１）3 桁の整数が偶数となる並べ方は何通りあるか。

（２）3 桁の整数が 3 の倍数となる並べ方は何通りあるか。

5　一辺の長さ 12 の正四面体 ＡＢＣＤ において、線分 ＢＣ を 3：1 に内分する点をＰ、線分ＰＤ上の点を Ｑ とする。

線分ＡＱ上に $\overrightarrow{\mathrm{AR}}=\frac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AD}}$ を満たす点Ｒが存在する。$\overrightarrow{\mathrm{AB}}=\vec{b}$、$\overrightarrow{\mathrm{AC}}=\vec{c}$、$\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\vec{d}$ とするとき、次の各問いに答えよ。



問１　$\vec{b}\cdot\vec{c}$ の値を求めよ。

問２　ＰＱ：ＱＤ を最も簡単な整数比で表せ。

問３　四面体ＡＢＰＱと四面体ＡＣＤＱの体積比を最も簡単な整数比で表せ。

問４　$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$ を $\vec{b}$、$\vec{c}$、$\vec{d}$ を用いて表せ。また $\left|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\right|$ を求めよ。

高校 数学	受験 番号		氏名	

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

1	２２点（問１　４点、問２　５点、問３問４　４点、問５　５点）

問１	37
問２	$3 < a \leqq 4$
問３	$\cos\dfrac{2\pi}{5} + i\sin\dfrac{2\pi}{5}$
問４	$a_1 = 5$、$a_n = 2n + 2$ $(n \geqq 2)$
問５	$\log 2$

高校 数学	受験 番号		氏名	

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

2	２０点（問１問２　４点、問３　５点、問４　７点）

問１

$f'(x) = 1 - \cos x$

$-1 \leqq \cos x \leqq 1$ より、$0 \leqq 1 - \cos x \leqq 2$ なので$f'(x) \geqq 0$となる。

よって、$f(x)$は単調増加する。

問２

$-1 \leqq \sin x \leqq 1$ より $x - 1 \leqq x - \sin x \leqq x + 1$

$\lim_{x\to\infty}(x - 1) = \infty$となる

よって、（追い出しの原理より）$\lim_{x\to\infty} f(x) = \infty$

問３

$f(0) = 0$、問１から $0 \leqq x \leqq \frac{\pi}{2}$では$f(x) \geqq 0$ となる。

よって

$$S = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)dx = \left[\frac{x^2}{2} + \cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi^2}{8} - 1$$

問４

$$V = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2 dx = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x^2 - 2x\sin x + \sin^2 x)dx$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 dx = \left[\frac{x^3}{3}\right]_0^{\frac{\pi}{2}} = \frac{\pi^3}{24}$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} x\sin x dx = [-x\cos x]_0^{\frac{\pi}{2}} - \int_0^{\frac{\pi}{2}} (-\cos x)dx$$

$$= 0 - [-\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= 1$$

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^2 x dx = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\frac{1 - \cos 2x}{2}\right) dx$$

$$= \left[\frac{x}{2} - \frac{\sin 2x}{4}\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$= \frac{\pi}{4}$$

よって、$V = \pi\int_0^{\frac{\pi}{2}} (x - \sin x)^2 dx = \frac{\pi^4}{24} + \frac{\pi^2}{4} - 2\pi$

高校 数学	受験 番号		氏名	

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3	２０点（問１（１）　３点、問１（２）　６点、問２（１）　４点、問２（２）　７点）

問１（１）

$(x-4)^2+(y-3)^2=1$

問１（２）

（1）よりx軸に垂直な直線は条件を満たさない。

求める直線の傾きをmとすると、$y=m(x-1)+4$ と表せる。

点（4，3）と直線 $mx-y-m+4=0$の距離が円の半径１と一致すれば条件を満たす。

よって点と直線の公式より

$$\frac{|4m-3-m+4|}{\sqrt{m^2+(-1)^2}}=1$$

$(3m+1)^2=m^2+1^2$　　$8m^2+6m=0$　　$m(4m+3)=0$　　$m=-\dfrac{3}{4},0$

よって、$3x+4y-19=0$、$y=4$

（別解）

接点$(s,\ t)$とする。

この点は問１の円周上に存在するので、$(s-4)^2+(t-3)^2=1$…①

このとき接線の方程式は$(s-4)(x-4)+(t-3)(y-3)=1$と表せる。…（※）

この直線が点（1，4）を通るので$(s-4)(1-4)+(t-3)(4-3)=1$　$t=3s-8$…②

①、②より、$(s-4)^2+(3s-11)^2=1$

$10s^2-74s+136=0$

$5s^2-37s+68=0$

$(5s-17)(s-4)=0$

$s=\dfrac{17}{5}$、4

よって、②より$(s,\ t)=\left(\dfrac{17}{5},\ \dfrac{11}{5}\right)$、(4，4)

(※)より、それぞれの接線の方程式は $3x+4y-19=0$、$y=4$

高校 数学	受験 番号		氏名	

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3

問２（１）

$t = x^2 + 2x + 3$

$= (x+1)^2 + 2$

$(x+1)^2 \geqq 0$より$t \geqq 2$

問２（２）

(１)より$t \geqq 2$から真数条件を満たし、$\log_2 t > 0$、$\dfrac{1}{\log_2 t} > 0$

よって相加平均と相乗平均の関係より

$y = \log_2 t + \dfrac{1}{\log_2 t} \geqq 2\sqrt{\log_2 t \cdot \dfrac{1}{\log_2 t}} = 2$

等号成立は$\log_2 t = \dfrac{1}{\log_2 t}$のとき

$(\log_2 t)^2 = 1$　$\log_2 t = 1$（なぜなら$\log_2 t > 0$）

よって$t = 2$

このとき（１）より$(x+1)^2 + 2 = 2$　$(x+1)^2 = 0$

よって$x = -1$

以上より $x = -1$のとき最小値 $y = 2$

高校 数学	受験 番号		氏名	

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

4	１８点（問１（１）　３点、問１（２）　６点、問２（１）３点、問２（２）　６点）

問１（１）

$$ {}_3C_2 \cdot \left(\frac{2}{8}\right)^2\left(\frac{6}{8}\right)=\frac{9}{64} $$

問１（２）

（Ⅰ）6が1回出るとき、残りの目は3が1回と3の倍数ではない目が1回である。

$$ 3\,! \cdot \left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{1}{8}\right)\left(\frac{6}{8}\right)=\frac{36}{512} $$

（Ⅱ）6が2回出るとき、残りの目は3の倍数ではない目が1回である。

$$ {}_3C_2 \cdot \left(\frac{1}{8}\right)^2\left(\frac{6}{8}\right)=\frac{18}{512} $$

（Ⅰ）（Ⅱ）より、3の倍数の目がちょうど2回出て、その出た目の中に6が含まれる確率は

$$ \frac{36}{512}+\frac{18}{512}=\frac{54}{512} $$

（１）と合わせて求める条件付き確率は　$\dfrac{\frac{54}{512}}{\frac{9}{64}}=\dfrac{3}{4}$

問２（１）

百の位は0以外の3通り、十の位は4通り、一の位は2通りの組み合わせがある。

よって 3×4×2＝24　　24通り

問２（２）

整数が3の倍数になるとき、それぞれの位の数の総和が3の倍数となればよい。

3つの数の組み合わせを（a，b，c）と表す。

（Ⅰ）総和が3であるとき（3，0，0）（1，1，1）（0，1，2）

（3，0，0）（1，1，1）は、それぞれ1通りの組み合わせである。

（0，1，2）は120、102、210、201の4通りである。

よって 1＋1＋4＝6通り

（Ⅱ）総和が6であるとき（3，3，0）（3，2，1）（2，2，2）

（3，3，0）は303、330の2通り

（2，2，2）は1通り

（3，2，1）は$3!=6$通り

よって$1+2+6=9$通り

（Ⅲ）総和が9であるとき（3，3，3）

これは1通り

以上より$6+9+1=16$通り

高校 数学	受験 番号		氏名	

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5	２０点（問１　３点、問２　４点、問３　５点、問４　各４点）

問１

$$\vec{b}\cdot\vec{c}=\left|\vec{b}\right|\cdot\left|\vec{c}\right|\cdot\cos\angle\mathrm{BAC}$$
$$=12\cdot 12\cdot\cos 60^\circ$$
$$=72$$

問２

$$\overrightarrow{\mathrm{AR}}=\frac{1}{5}\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\frac{2}{5}\overrightarrow{\mathrm{AD}}=\frac{3}{5}\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AD}}\right)=\frac{3}{5}\overrightarrow{\mathrm{AQ}}$$

$\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\frac{2}{3}\overrightarrow{\mathrm{AD}}$は線分ＰＤを２：１に内分する点を表し、ＡＱ：ＡＲ＝５：３となる。

よってＰＱ：ＱＤ＝２：１

問3

四面体ＡＢＰＱ、四面体ＡＣＤＱはそれぞれ△ＢＰＱ、△ＣＤＱを底面とする三角錐とみなしたとき、高さが共通であるため、体積比と底面の面積比は一致する。

△ＢＣＤの面積を k とする。

△ＢＰＱの面積＝$k\times\frac{\mathrm{BP}}{\mathrm{BC}}\times\frac{\mathrm{PQ}}{\mathrm{PD}}=k\times\frac{3}{4}\times\frac{2}{3}=\frac{1}{2}k$

△ＣＤＱの面積＝$k\times\frac{\mathrm{PC}}{\mathrm{BC}}\times\frac{\mathrm{QD}}{\mathrm{PD}}=k\times\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}=\frac{1}{12}k$

よって四面体ＡＢＰＱの体積：四面体ＡＣＤＱの体積＝$\frac{1}{2}k$：$\frac{1}{12}k$＝６：１

問４

問１と同様にして、$\vec{c}\cdot\vec{d}=\vec{d}\cdot\vec{b}=72$

線分ＢＣを３：１に内分する点がＰより$\overrightarrow{\mathrm{AP}}=\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{3}{4}\vec{c}$

線分ＰＤを２：１に内分する点がＱより$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\frac{1}{3}\overrightarrow{\mathrm{AP}}+\frac{2}{3}\vec{d}$

$$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\frac{1}{3}\left(\frac{1}{4}\vec{b}+\frac{3}{4}\vec{c}\right)+\frac{2}{3}\vec{d}$$

$$\overrightarrow{\mathrm{AQ}}=\frac{1}{12}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{d}$$

$\left|\vec{b}\right|^2=\left|\vec{c}\right|^2=\left|\vec{d}\right|^2=144$、$\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{d}=\vec{d}\cdot\vec{b}=72$ より

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\right|^2=\left(\frac{1}{12}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{d}\right)\cdot\left(\frac{1}{12}\vec{b}+\frac{1}{4}\vec{c}+\frac{2}{3}\vec{d}\right)$$

高校 数学	受験 番号		氏名	

令和９年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5

問４

$$=\left(\frac{1}{144}\left|\overrightarrow{b}\right|^2+\frac{1}{16}\left|\overrightarrow{c}\right|^2+\frac{4}{9}\left|\overrightarrow{d}\right|^2\right)+2\left(\frac{1}{48}\overrightarrow{b}\cdot\overrightarrow{c}+\frac{1}{6}\overrightarrow{c}\cdot\overrightarrow{d}+\frac{1}{18}\overrightarrow{d}\cdot\overrightarrow{b}\right)$$

$$=\left(\frac{1}{144}\cdot 144+\frac{1}{16}\cdot 144+\frac{4}{9}\cdot 144\right)+2\left(\frac{1}{48}\cdot 72+\frac{1}{6}\cdot 72+\frac{1}{18}\cdot 72\right)$$

$$=(1+9+64)+2\left(\frac{3}{2}+12+4\right)$$

$$=109$$

$$\left|\overrightarrow{\mathrm{AQ}}\right|=\sqrt{109}$$