

I、IIのどちらかに☑をつけること。
 I [中学校・特別支援学校受験者]
 II [高等学校受験者]

第1問題

問1	$k=10\sqrt{2}$	(6点)	問2	$\frac{133}{216}$	(6点)	
問3	2 (cm)	(6点)	問4	$c > -2$	(6点)	
問5	①	-2	(6点)	②	$\frac{\pi}{3}$ 、 π	(6点)
問6		3	(6点)			

整 理 番 号	

(この欄は記入しないこと)

I [中学校・特別支援学校受験者]
第2問題

問 1	<p>(例)</p> <p>【正しい答え】</p> $x^2=3x$ <p>移項して、 $x^2-3x=0$</p> <p>因数分解して、 $x(x-3)=0$</p> <p>$x=0$ または $x-3=0$ したがって、$x=0$ または $x=3$</p> <p>【指導の工夫】</p> <p>中学校の2次方程式の解法では、平方根の性質を利用して $x^2=a$ ($a \geq 0$) の解を求めることや、因数分解によって一次の因数が0となる値を求める方法で2次方程式の解を求めることを指導している。因数分解ができない場合は、平方の形を作る(平方完成する)ことによって解の公式を導き、それを利用するようにしている。</p> <p>今回の場合は、因数分解により解を求めることができる問題である。</p> <p>与えられた方程式の x に 0, 3 を代入することによって 0 も解であることに気づかせ、何故 $x=0$ の解を求められなかったのかを考えさせる。</p> <p>0 で割ることは定義されないため、x が 0 である可能性がある場合は、$x^2-3x=0$ の両辺を x で割ることはできないことを指導する。</p> <p>一斉で授業を行う場合、生徒の誤りを取り上げることで効果的に指導する方法がある。全体やグループでの討議などを取り入れ、間違いの原因が何なのか、間違えないようにするためにはどのような工夫や考え方が必要なのかを考えさせるようにする。</p> <p style="text-align: right;">(8点)</p>										
問 2	<p>(例)</p> <p>40人の生徒全員の学習時間のヒストグラムの形が正規分布のように左右対称に近ければ、平均値、中央値、最頻値は概ね一致するので、生徒の主張は正しい可能性がある。</p> <p>一方、学習時間の分布が長い方に偏っている場合は、 (平均値) < (中央値) < (最頻値) となる場合があるなど、平均値のみで集団の中でのあるデータの位置を判断することは難しい。</p> <p>そこで、平均値だけでは判断が難しい場合の具体例を示して指導する。</p> <p>例えば、1クラス40人の1週間あたりの学習時間数のデータが次のような場合を示し、生徒に平均値、中央値などを求めさせる。</p> <table style="margin-left: 40px;"> <tr> <td>学習時間0時間以上2時間未満</td> <td>7人</td> </tr> <tr> <td>2時間以上4時間未満</td> <td>6人</td> </tr> <tr> <td>18時間以上20時間未満</td> <td>1人</td> </tr> <tr> <td>20時間以上22時間未満</td> <td>11人</td> </tr> <tr> <td>22時間以上24時間未満</td> <td>15人</td> </tr> </table> <p>このとき、平均学習時間は15.5時間であり、18時間は平均学習時間を超えている。しかし、中央値は21時間であり、18時間はクラスの中で学習時間が長い方であるとはいえないことを確認する。</p> <p>このように、平均値だけで判断するのではなく、ヒストグラムや度数分布表をかいて全体の分布の様子を調べ、中央値や最頻値、必要ならば第1四分位数や第3四分位数の値なども考慮しながら判断することが必要であることを、具体例を示して指導する。</p> <p style="text-align: right;">(10点)</p>	学習時間0時間以上2時間未満	7人	2時間以上4時間未満	6人	18時間以上20時間未満	1人	20時間以上22時間未満	11人	22時間以上24時間未満	15人
学習時間0時間以上2時間未満	7人										
2時間以上4時間未満	6人										
18時間以上20時間未満	1人										
20時間以上22時間未満	11人										
22時間以上24時間未満	15人										

整 理 番 号	

(この欄は記入しないこと)

I [中学校・特別支援学校受験者]

第3問題

問
1

(例)

【活動の支援】

問題文右下の xy 座標平面にかかれたすべての点 (x, y) が一直線状に並んでいることに着目させ、店舗数は人口の1次関数であるとみなし、岡山県の店舗数を予測するというアイデアを生徒に気づかせる。

次に、 xy 平面上の点 (x, y) の並びを見て、最もあてはまりのよい直線(回帰直線)をかかせる。

そして、そのかいた直線を今までに学習してきた1次関数のグラフとみなし、グラフから岡山県の店舗数を800から850などと読み取らせる。

その後、なるべく詳しい店舗数を予測するために式を求めると便利であることに気づかせ、回帰直線の式を求めさせる。

直線をかいたり、式を求めたりする際には、計算が複雑にならないように、上記の xy 座標平面の目盛の格子点の2つを選んでグラフをかかせたり、式を求めたりさせる。

例えば、 $(500, 250)$ 、 $(5000, 2250)$ の2点を選んだ場合、

1次関数の傾きは、
$$\frac{2250-250}{5000-500} = \frac{2000}{4500} = \frac{4}{9}$$
 となる。

$y = \frac{4}{9}x + k$ とおくと、 $250 = \frac{4}{9} \times 500 + k$ より、 $k = \frac{2250-2000}{9} = \frac{250}{9}$

したがって、 $y = \frac{4}{9}x + \frac{250}{9}$ となる。

この x に岡山県の人口の数値を代入して店舗数を表す y の値を求めると、 $y = \frac{4}{9} \times 1831 + \frac{250}{9} \approx 842$ となる。

グラフを用いて予測した店舗数の800から850と、このグラフを表した式から計算で求めた店舗数824をもう一度問題文の答えとしてどのように捉えるかを吟味させる。

【身に付けさせたい力】

表・式・グラフのそれぞれの特徴を統合的に理解し、未知の数を予測するために1次関数の考え方を活用することができる力。

(10点)

問
2

(例)

四辺形 $BDEC$ は等脚台形である。

$\triangle ABC \sim \triangle ADE$ であり、四辺形 $BDEC$ の面積が三角形 ABC の面積の3倍であるから、 $\triangle ABC$ と $\triangle ADB$ の面積比は $1:4$ で、相似比は $1:2$ である。したがって、 $AB:BD=1:1$ となり、 $A(0, 6)$ 、 $B(-2, 1)$ であるから、 $D(-4, -4)$ となる。

関数 $y = ax^2$ が $D(-4, -4)$ を通るので、 $a = -\frac{1}{4}$ である。

2点 A, B を通る1次関数は、 $y = \frac{5}{2}x + 6$ 、

このグラフ上の点 F を $F(t, \frac{5}{2}t + 6)$ とするとき、

$FK:KE=3:2$ より、点 K の座標を求めると、

x 座標は、 $t + \frac{3}{5}(4-t) = \frac{12}{5} + \frac{2}{5}t$

y 座標は、 $\frac{5}{2}t + 6 + \frac{3}{5}(-4 - \frac{5}{2}t - 6) = \frac{5}{2}t + 6 + \frac{3}{5}(-10 - \frac{5}{2}t) = \frac{5}{2}t - \frac{3}{2}t + 6 - 6 = t$

点 K は、 $K(\frac{12}{5} + \frac{2}{5}t, t)$ である。

点 K が $y = -\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあるので、

$t = -\frac{1}{4} \times (\frac{12}{5} + \frac{2}{5}t)^2$ を満たす t の値を求める。

$t = -(\frac{6}{5} + \frac{1}{5}t)^2$

$25t = -(6+t)^2$

$25t = -36 - 12t - t^2$

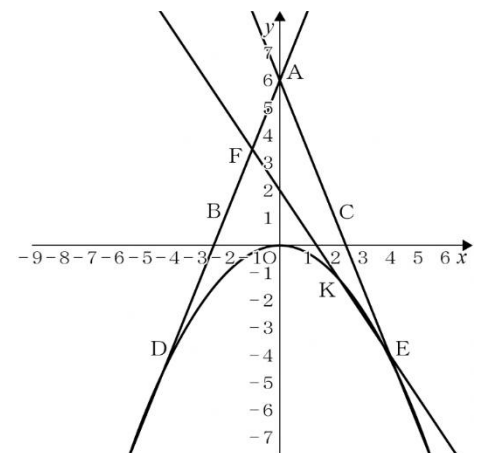
$t^2 + 37t + 36 = 0$

$(t+1)(t+36) = 0$

$t = -1, t = -36$

題意を満たす t の値は、 F が線分 AD 上である条件から、 $t = -1$ である。

$K(2, -1)$ であるから、2点 E, K を通る1次関数は、 $y = -\frac{3}{2}x + 2$ (答)



(10点)

整理番号

I [中学校・特別支援学校受験者]

第4問題

問 1

(例)

証明：
 $\triangle ADC$ と $\triangle BDC$ について、
 $\triangle DBA$ は直角二等辺三角形なので、 $DA = DB$ …①
 $\triangle ABC$ は正三角形なので、 $AC = BC$ …②
 共通しているので、 $DC = DC$ …③
 ①～③より、 $\triangle ADC \cong \triangle BDC$
 したがって、 $\angle ACD = \angle BCD$ …④

線分 DC と BE の交点を P 、線分 DC と AB との交点を Q とする。
 $\triangle QBC$ と $\triangle QPB$ で、
 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ なので、 $\angle DCA = \angle EBA$
 ④より、 $\angle ACD = \angle BCD$
 よって、 $\angle QCB = \angle QBP$ …⑤
 共通なので、 $\angle BQC = \angle PQB$ …⑥
 ①、②より、 $\triangle QBC \cong \triangle QPB$ (2組の角がそれぞれ等しい。)
 したがって、 $\angle QBC = \angle QPB = 60^\circ$ (対応する角の大きさが等しい。)

したがって、 DC と BE のつくる鋭角は 60° である。(証明終)



(10点)

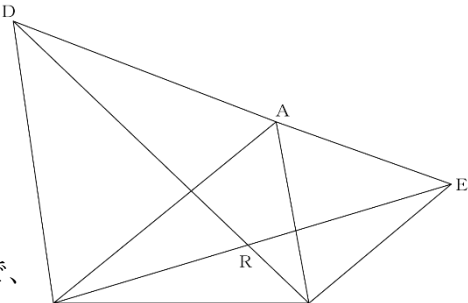
問 2

(例)

【問題】
 任意の $\triangle ABC$ の辺 AB 、 AC を一辺とする正三角形 DAB 、正三角形 EAC を $\triangle ABC$ の外側につくり、線分 DC 、 BE を引く。
 このとき、 $DC = BE$ となることを証明せよ。
 また、 DC と BE のつくる鋭角は 60° となることも証明せよ。

【証明】
 $\triangle ADC$ と $\triangle ABE$ について、正三角形はすべての辺の長さが等しいので、
 $AC = AE$ …①
 同様に、 $AD = AB$ …②
 $\angle DAC = \angle DAB + \angle BAC = 60^\circ + \angle BAC$
 $\angle BAE = \angle CAE + \angle BAC = 60^\circ + \angle BAC$
 よって、 $\angle DAC = \angle BAE$ …③
 ①～③より、 $\triangle ADC \cong \triangle ABE$ (2辺とその間の角がそれぞれ等しい。)
 したがって、 $DC = BE$ (対応する辺の長さが等しい。)

また、 $\triangle ADC \cong \triangle ABE$ なので、 $\angle ADC = \angle ABE$ …④
 線分 DC と BE の交点を R とすると、
 ④より、点 A 、 D 、 B 、 R は同じ円周上にあるので、 $\angle DRB = \angle DAB$
 $\triangle DAB$ は正三角形なので、 $\angle DAB = 60^\circ$
 よって、 $\angle DRB = 60^\circ$
 したがって、 DC と BE のつくる鋭角は 60° である。(証明終)



(10点)

整 理 番 号	

(この欄は記入しないこと)

Ⅱ [高等学校受験者]

第2問題

問 1

(例)

【单元名】
 数学Ⅰの「図形と計量」、数学Ⅱの「図形の性質」、数学Ⅲの「図形と方程式」、数学Ⅳの「ベクトル」など

【工夫・留意する点】

- ・ 図形の性質を数学的に表現する
 平面図形の性質や空間座標などを用いて、図形の性質を数学的に表現することで、予想が正しいかどうかを判断することができることに留意させる。
- ・ 実際に切断する操作活動を行うこと
 どのような切断面になる可能性があるか、また切断面にならない多角形があるのかについて予想させ、切断可能な立方体を用いて実際に切断し、様々な多角形の切断面を作ってみるといった操作活動が大切である。切断可能な立方体が身近にない場合は、ICTを活用することもできる。
- ・ 根拠を持って説明できるようにすること
 予想する活動だけではなく、予想した切断面の形になったり、切断面にはならない多角形があったりすることの根拠を考えさせる活動が大切である。例えば切断面が直角三角形や正五角形とはならない理由を考えさせたり、正六角形が作れることの原因を考えさせたりする学習活動が必要である。なお、グループ別探究活動をさせる学習活動も効果的である。
- ・ 新しい課題を発見させること
 立方体についての考察が終わった後、正四面体、正八面体の切断面など、新しい課題の存在に気付かせることも数学的活動として大切な視点である。

(8点)

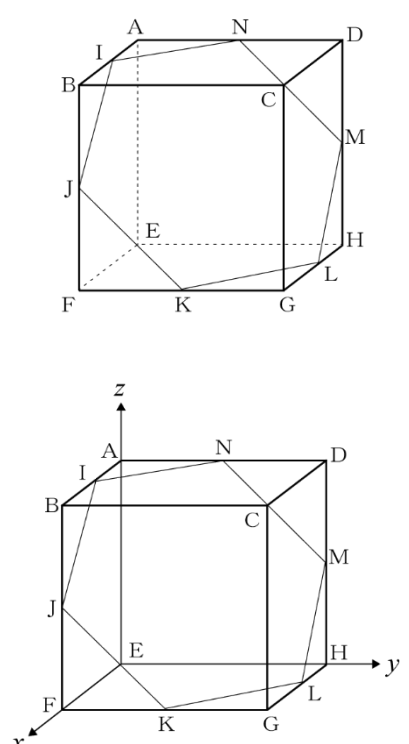
問 2

(例)

【生徒の意見や疑問点に対する学習支援】
 図のように、立方体 $ABCD-EFGH$ の AB 、 BF 、 FG 、 GH 、 HD 、 DA の中点 I 、 J 、 K 、 L 、 M 、 N を結べば、 $IJ=JK=KL=LM=MN=NI$ となり、6つの線分の長さは等しい。
 しかし、空間図形の場合、6つの線分の長さが等しいという条件だけでは、正六角形であるとはいえない。生徒から「6つの頂点が同一平面上にあるかどうかはわからない」という意見を生かし、同一平面上にあることを確認する必要があるとともに、同一平面上にあることを示すために初等幾何学やベクトルの考え方が活用できることを伝える。

【証明】
 図のように xyz 直交座標軸を考え、1辺の長さが2の立方体の辺 EF 、 EH 、 EA が x 、 y 、 z 軸上にあるようにすれば、 $I(1, 0, 2)$ 、 $J(2, 0, 1)$ 、 $K(2, 1, 0)$ 、 $L(1, 2, 0)$ 、 $M(0, 2, 1)$ 、 $N(0, 1, 2)$ となる。
 このとき、
 $\vec{IJ} = (2, 0, 1) - (1, 0, 2) = (1, 0, -1)$
 $\vec{IN} = (0, 1, 2) - (1, 0, 2) = (-1, 1, 0)$ であり、
 $\vec{IK} = (2, 1, 0) - (1, 0, 2) = (1, 1, -2)$ より $\vec{IK} = 2\vec{IJ} + \vec{IN}$
 $\vec{IL} = (1, 2, 0) - (1, 0, 2) = (0, 2, -2)$ より $\vec{IL} = 2\vec{IJ} + 2\vec{IN}$
 $\vec{IM} = (0, 2, 1) - (1, 0, 2) = (-1, 2, -1)$ より $\vec{IM} = \vec{IJ} + 2\vec{IN}$
 と表されることから、点 K 、 L 、 M は3点 I 、 J 、 N が作る平面上にある。つまり I 、 J 、 K 、 L 、 M 、 N は同一平面上にあり、 $IJKLMN$ は六角形である。また、 \vec{IJ} と \vec{IN} のなす角を θ とすると、

$$\cos \theta = \frac{\vec{IJ} \cdot \vec{IN}}{|\vec{IJ}| |\vec{IN}|} = \frac{-1}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = -\frac{1}{2}$$
 だから $\theta = 120^\circ$
 同様に考えるとすべての角が 120° であることもわかり、すべての辺の長さも等しいことから、 $IJKLMN$ は正六角形であるといえる。



(10点)

整理番号	

(この欄は記入しないこと)

Ⅱ [高等学校受験者]

第3問題

問 1

(例)

$y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ と $y = mx$ との交点の x 座標を α 、 β とするとき、 α 、 β の値は、

$$\frac{1}{4}x^2 - 1 = mx$$

4倍して、 $x^2 - 4mx - 4 = 0$ …①

の2次方程式の実数解であり、判別式 $\frac{D}{4} = 4m^2 + 4 > 0$ よりすべての実数 m について異なる2つの実数解をもつことがわかる。 …②

l_1 、 l_2 の放物線との接点の x 座標をそれぞれ α 、 β ($\alpha < \beta$) とするとき、 l_1 、 l_2 の方程式を求めると、

$$l_1: y - \left(\frac{1}{4}\alpha^2 - 1\right) = \frac{1}{2}\alpha(x - \alpha) \text{ より } y = \frac{1}{2}\alpha x - \left(\frac{1}{4}\alpha^2 + 1\right)$$

$$l_2: y = \frac{1}{2}\beta x - \left(\frac{1}{4}\beta^2 + 1\right)$$

①で、解と係数の関係から、

$$\alpha + \beta = 4m, \alpha\beta = -4 \text{ …③}$$

交点の x 座標を求める。

$$\frac{1}{2}\alpha x - \left(\frac{1}{4}\alpha^2 + 1\right) = \frac{1}{2}\beta x - \left(\frac{1}{4}\beta^2 + 1\right)$$

$$2\alpha x - \alpha^2 = 2\beta x - \beta^2$$

$$2(\alpha - \beta)x = \alpha^2 - \beta^2$$

$$2(\alpha - \beta)x = (\alpha - \beta)(\alpha + \beta)$$

$$2x = (\alpha + \beta)$$

$$x = \frac{\alpha + \beta}{2} = 2m \text{ (③より)}$$

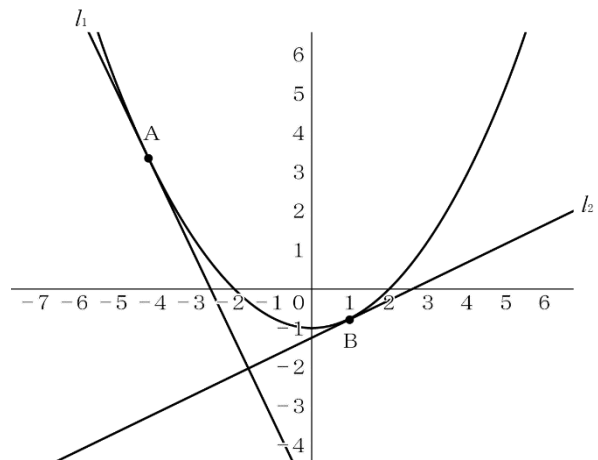
②より x はすべての実数の値をとる。

交点の y 座標を求める。③を用いると、

$$\frac{1}{2}\alpha \times \frac{\alpha + \beta}{2} - \left(\frac{1}{4}\alpha^2 + 1\right) = \frac{1}{2}\alpha \times \frac{\beta}{2} - 1 = \frac{1}{4}\alpha\beta - 1 = \frac{1}{4} \times (-4) - 1 = -2$$

したがって、 x 座標すべての実数、 y 座標は -2 より、求める軌跡の方程式は、 $y = -2$

つまり求める軌跡は 直線 $y = -2$ (答)



(10点)

問 2

(1) (例)

t が実数全体の範囲を動くときに直線 l_t が通りうる範囲の点を (X, Y) とする。

$$Y = 2tX - t^2 - 2t + 1$$

$$t^2 + (2 - 2X)t + (Y - 1) = 0$$

この t の2次方程式が実数解を持てばよいので、

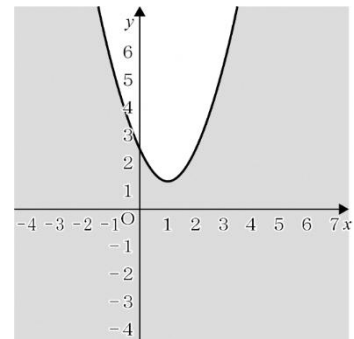
$$\frac{D}{4} = (1 - X)^2 - (Y - 1) \geq 0$$

$$X^2 - 2X + 1 - Y + 1 \geq 0$$

$$Y \leq X^2 - 2X + 2$$

したがって、求める領域は右図のアミ掛け部分で、

境界(曲線 $y = x^2 - 2x + 2$)を含む。



(2) (例)

直線 l_t が2回通りうる範囲を求めるには、

t の2次方程式 $t^2 + (2 - 2X)t + (Y - 1) = 0$ が、 $|t| \leq 2$ の範囲で異なる2つの実数解をもつための X, Y の条件を求めればよい。

$$f(t) = t^2 + (2 - 2X)t + (Y - 1)$$

とするとき、 $\frac{D}{4} > 0$ より $Y < X^2 - 2X + 2$ …①

$$f(-2) = 4 - 2(2 - 2X) + (Y - 1) = 4X + Y - 1 \geq 0 \text{ より } Y \geq -4X + 1 \text{ …②}$$

$$f(2) = 4 + 2(2 - 2X) + (Y - 1) = -4X + Y + 7 \geq 0 \text{ より } Y \geq 4X - 7 \text{ …③}$$

$y = f(t)$ のグラフの頂点の x 座標の位置から、 $-2 < X - 1 < 2$ より

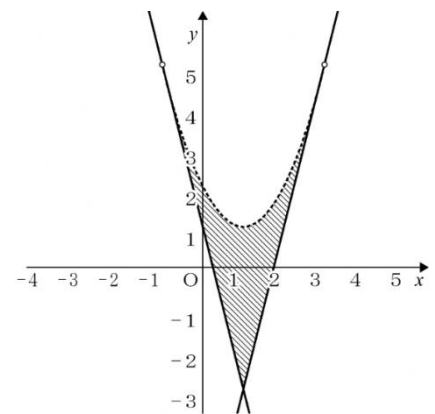
$$-1 < X < 3 \text{ …④}$$

①~④を同時に満たす範囲は図の斜線部分で、点線と白丸は含まないが、

境界によって囲まれる部分の面積は、図形の対称性から

$$2 \int_{-1}^1 \{x^2 - 2x + 2 - (-4x + 1)\} dx = 2 \int_{-1}^1 (x^2 + 2x + 1) dx$$

$$= 2 \int_{-1}^1 (x + 1)^2 dx = 2 \left[\frac{1}{3}(x + 1)^3 \right]_{-1}^1 = \frac{16}{3} \text{ (答)}$$



(10点)

整理番号	

Ⅱ [高等学校受験者]

第 4 問題

問 1

(例)

共通接線 l と曲線 $y = \log x$ が $x = t$ で接していると仮定すると、 l の方程式は、

$$y - \log t = \frac{1}{t}(x - t)$$

$$y - \log t = \frac{1}{t}x - 1$$

$$y = \frac{1}{t}x - (1 - \log t) \quad \dots \textcircled{1}$$

となる。

$y = \log(x - p) + p$ と l が $x = s$ で接していると仮定すると、 l の方程式は、

$$y - \log(s - p) - p = \frac{1}{s - p}(x - s)$$

$$y = \log(s - p) + p + \frac{1}{s - p}(x - s) \quad \dots \textcircled{2}$$

①と②の傾きが等しいので、

$$\frac{1}{t} = \frac{1}{s - p}$$

$$s = t + p \quad \dots \textcircled{3}$$

①と②の y 切片が等しいので、

$$\log(s - p) + p - \frac{s}{s - p} = \log t - 1 \quad \dots \textcircled{4}$$

④に③を代入して、

$$\log t + p - \frac{t + p}{t} = \log t - 1$$

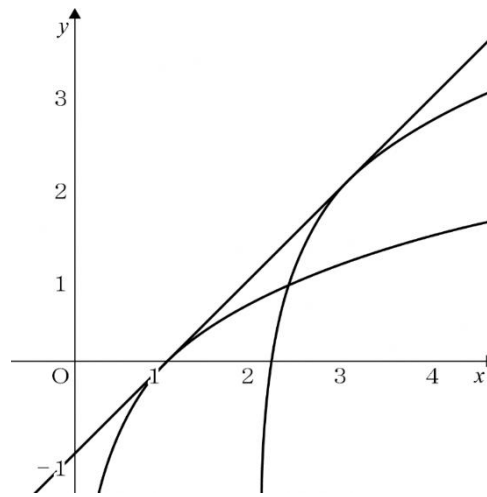
$$p - \frac{t + p}{t} = -1$$

$$pt - t - p = -t$$

$$pt - p = 0$$

$$p > 0 \text{ より } t = 1 \quad \dots \textcircled{5}$$

⑤を①に代入して、 $y = x - 1$ (答)



(10 点)

問 2

(例)

$y = \log(x - p) + p$ との接点 P の x 座標は、 $\frac{1}{x - p} = 1$ より、 $x = 1 + p$

したがって、曲線 $y = \log x$ 、点 P を通り y 軸に平行な直線及び x 軸によって囲まれる部分の面積は、

$$\begin{aligned} \int_1^{1+p} \log x \, dx &= [x \log x - x]_1^{1+p} \\ &= (1 + p) \log(1 + p) - (1 + p) + 1 \\ &= (1 + p) \log(1 + p) - p \end{aligned}$$

これが 1 になるとき、

$$(1 + p) \log(1 + p) - p = 1$$

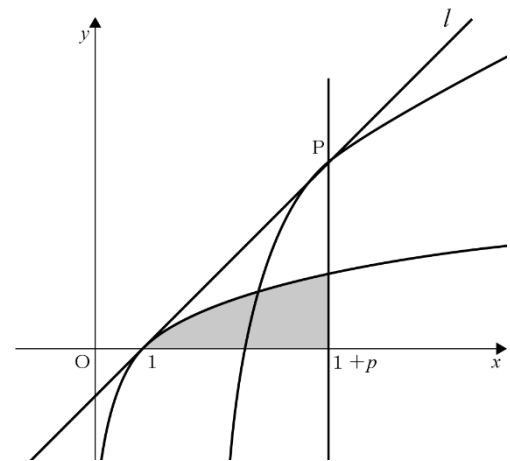
$$(1 + p) \log(1 + p) = 1 + p$$

$p > 0$ より

$$\log(1 + p) = 1$$

$$\therefore 1 + p = e$$

よって求める p は、 $p = e - 1$ (答)



(10 点)

整 理 番 号	

令和9年度 公立学校教員採用候補者選考試験問題

数 学

1 / 7 枚中

注意 答はすべて解答用紙の解答欄に記入すること。
第2問題以降は解法の過程も書くこと。

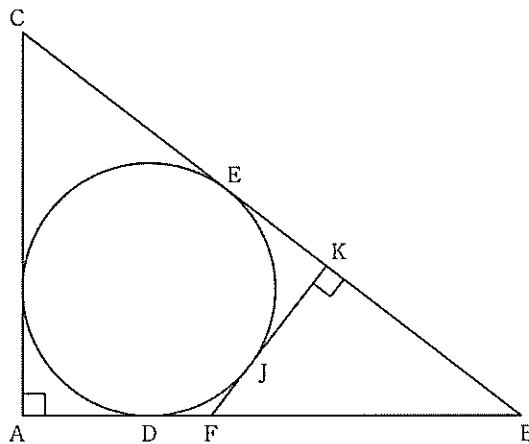
第1問題 次の問に答えよ。

問1 $k > 0$ のとき、 $y = \frac{1}{2}x$ 、 $y = 3x$ 、 $y = -2x + k$ の3本の直線によって囲まれた三角形の面積が20になるという。
このときの定数 k の値を求めよ。

問2 大中小のサイコロを同時に投げるとき、目の積が6の倍数となる確率を求めよ。

問3 下図のように円に接する3本の接線によって $\angle A = 90^\circ$ の直角三角形 ABC を作り、円と辺 AB 、 BC との接点をそれぞれ D 、 E とする。線分 DB 上に点 F をとり、 F を通る直線が D 以外の点 J で円と接するようにしたところ、直線 FJ が線分 EB と点 K で垂直に交わったという。

$BF = 5 \text{ cm}$ 、 $BK = 4 \text{ cm}$ であるとき、円の半径の大きさを求めよ。



問4 不等式

$$2|x+1| - |x-2| < x+c$$

が解を持つような定数 c の値の範囲を求めよ。

問5 次の文章の空欄①・②に入る数を答えよ。

$0 \leq x \leq 2\pi$ の範囲で、関数 $f(x) = -\cos 2x - \sqrt{3} \sin 2x - 2\sqrt{3} \sin x + 2\cos x + 1$ は、 $t = \sqrt{3} \sin x - \cos x$ とおくことにより $f(x)$ を t だけの式で表せる。このことを利用すれば、最小値は ① となり、そのときの x の値をすべて求めると、 $x =$ ② である。

問6 数列 $\{a_n\}$ が、

$$\begin{cases} a_1 = a_2 = 1 \\ a_{n+2} - 5a_{n+1} + 6a_n = 0 \quad (n = 1, 2, 3, \dots) \end{cases}$$

を満たしているとき、極限 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_{n+1}}{a_n}$ を求めよ。

次の第2問題、第3問題、第4問題は受験校種別の問題である。

- ・ 中学校・特別支援学校受験者はⅠ [中学校・特別支援学校受験者] を解答すること。
- ・ 高等学校受験者はⅡ [高等学校受験者] を解答すること。

Ⅰ [中学校・特別支援学校受験者]

第2問題 次の問に答えよ。

問1 中学校3年生では、2次方程式を学習する。授業の中で、

$$x^2 = 3x$$

の2次方程式を、次のように解いた生徒がいた。

$$x^2 = 3x$$

両辺を x で割って、

$$x = 3$$

したがって、与えられた2次方程式の解は、 $x = 3$ (答)

授業中に生徒のノートを確認したところ、同じ考え方をしている生徒が複数人いることがわかった。「両辺を x で割ってはいけない！」という説明だけでは生徒は納得しない。

正しい答案を書き、両辺を x で割ってはいけないことに対して、授業の中でどのような指導の工夫をするか述べよ。

問2 40人のクラス全体で、定期考査前1週間の家庭での学習時間の調査を行った。その結果、先生から、このクラスの定期考査前1週間の家庭での学習時間の平均値は15.7時間であると発表された。その結果を聞いたクラスの生徒から「データの活用」の授業の中で、「学習時間が18時間ならば平均学習時間を超えているから、クラスの中では学習時間が長いほうになる。」という発言があった。

この発言に対して、授業の中でどのような指導の工夫をするか。具体的な事例をあげて述べよ。

I [中学校・特別支援学校受験者]

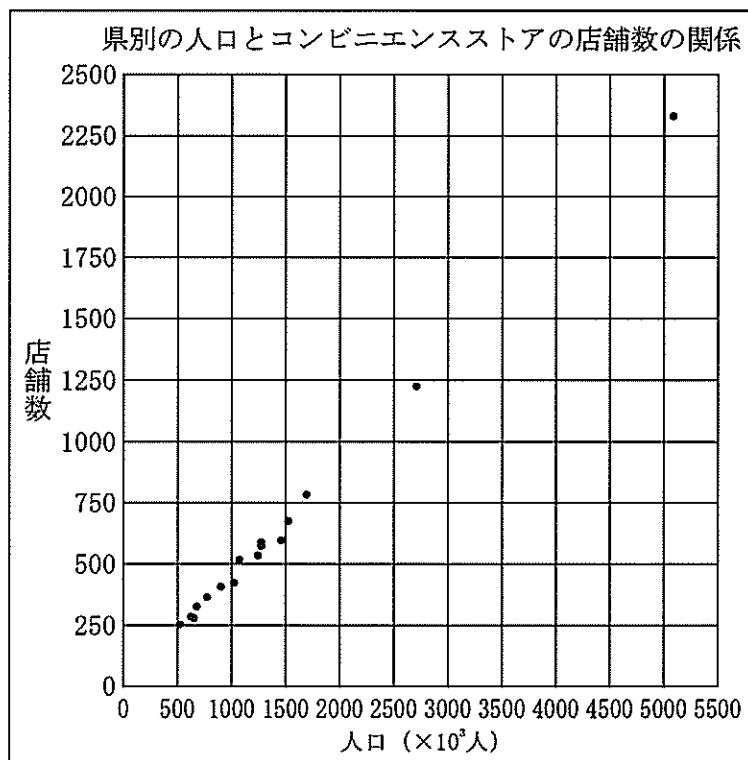
第3問題 次の問に答えよ。

問1 松江君は、中国・四国・九州沖縄地方の「県別人口」と「県別のコンビニエンスストアの店舗数」との関係を探るために、インターネットを利用して「e-stat 政府統計の総合窓口」のページから左下の表のデータをダウンロードしたが、その際に操作を誤って岡山県の店舗数の値だけがわからなくなってしまった。岡山県の店舗数の値を予想することを試みたが、他の数値全体を見ていても相互の関係がわからないため、人口を変数 x 、店舗数を変数 y とし、岡山県以外のすべての県について xy 座標平面に点 (x, y) をとったところ、右下の図のようになった。

授業ではちょうど1次関数の基本的な内容の指導が終わり、問題演習の時間に入るところだったので、松江君から相談を受けた題材を取り上げ、授業の中で岡山県の店舗数を予想させる数学的活動を行うことにした。

あなたがどのように活動を支援するかについて具体的に述べよ。また、その数学的活動により生徒にどのような力を身につけさせたいか述べよ。

県名	人口 ($\times 10^3$ 人)	店舗数
鳥取県	531	257
島根県	642	287
岡山県	1831	
広島県	2714	1221
山口県	1281	572
徳島県	685	326
香川県	917	405
愛媛県	1276	586
高知県	656	283
福岡県	5092	2313
佐賀県	788	365
長崎県	1252	532
熊本県	1697	781
大分県	1085	514
宮崎県	1033	424
鹿児島県	1532	675
沖縄県	1466	594

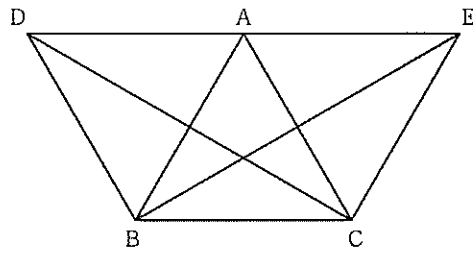


問2 3点A、B、Cの座標がA (0, 6)、B (-2, 1)、C (2, 1) であり、2直線AB、AC上に y 座標が負である2点D、Eを $AD = AE$ となる位置にとって、四辺形BDECの面積が三角形ABCの面積の3倍となるようにした。また、線分AD上に点Fをとり、点Dを通る関数 $y = ax^2$ と線分EFとの交点をKとすると、 $FK : KE = 3 : 2$ になった。このとき、2点E、Fを通る1次関数の式を求めよ。

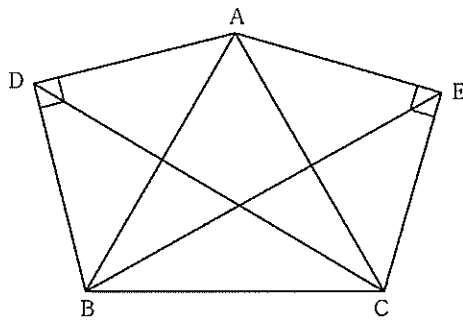
I [中学校・特別支援学校受験者]

第4問題 次の問に答えよ。

問1 太郎君は、学校の授業で「三角形の合同条件」について学習した後、正三角形ABCの辺AB、ACを一辺とする正三角形DAB、正三角形EACを三角形ABCの外側につくって線分DC、BEを引いたときにDC=BEとなることを予想し、三角形の合同条件を使って証明できた。



そのことを聞いた花子さんは、下図のように正三角形ABCの辺AB、ACを一辺とする2つの直角二等辺三角形DBA、EACを三角形ABCの外側につくった場合でも、DC=BEとなることを太郎君に説明した。



花子さんの証明は、以下の通りである。

△ADCと△AEBについて、
 △DBAと△EACは合同な直角二等辺三角形であるから、 $AD = AE$ …①
 △ABCは正三角形であるから、 $AC = AB$ …②
 $\angle DAC = \angle EAB = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$ …③
 ①～③より、 $\triangle ADC \cong \triangle AEB$ (2辺とその間の角がそれぞれ等しい。)
 $\therefore DC = BE$ (対応する辺の長さが等しい。) (証明終)

そのことを受けて太郎君は、自分が最初に考えた△DAB、△EACは正三角形という条件のままとし、△ABCの形を変えてもDC=BEとなるような新しい問題をつくることを試みた。その結果、太郎君は新しい問題をつくることができ、DC=BEだけではなく、3題ともDCとBEのつくる鋭角が60°となることがわかった。

上の花子さんのつくった問題で、DCとBEのつくる鋭角が60°であることを証明せよ。

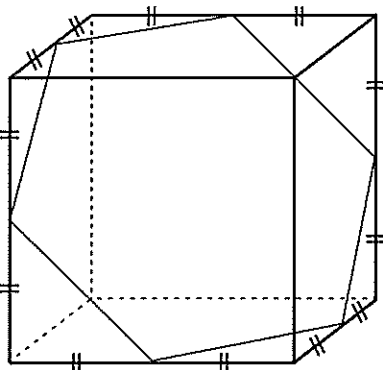
問2 問1で太郎君がつくった可能性のある問題を作成し、DC=BE、及び、DCとBEのつくる鋭角が60°であることを証明せよ。

Ⅱ [高等学校受験者]

第2問題 次の問に答えよ。

問1 立方体を、頂点を含まない平面で切断したときにできる切断面がどのような図形となる可能性があるのかについて興味関心を持った生徒がいた。その生徒の疑問を授業の中でクラス全体に問いかけたところ、複数の生徒から「切断面はいろいろな種類の多角形になる」という意見が出てきた。この生徒の興味関心及び複数の生徒から出た意見に基づき、この題材を取り上げて数学的活動を取り入れた授業を計画することにした。この授業を行う高等学校の単元名を示し、指導する上で工夫したり留意したりする点を具体的に述べよ。

問2 授業の中で、ある生徒から、「図のように立方体の辺上の6つの中点を結べば、その六角形が正六角形になる」という意見が出た。その生徒に理由を聞いたところ、「6つの辺の長さが等しいので正六角形になる」ということであったが、他の生徒から、「6つの辺の長さが等しい六角形が正六角形になるとは限らないし、6つの頂点が同一平面上にあるかどうかもわからない」という意見がでた。これらの生徒の意見や疑問点に対する学習支援としてどのような対応が考えられるか述べよ。また実際にこの場合、6つの頂点が同一平面上にあり、その六角形が正六角形になることを証明せよ。



II [高等学校受験者]

第3問題 次の問に答えよ。

問1 m を実数の定数とするとき、放物線 $y = \frac{1}{4}x^2 - 1$ と直線 $y = mx$ が異なる2点A、Bで交わっており、A、Bにおける放物線の接線をそれぞれ l_1 、 l_2 とする。

m を実数全体で変化させるとき、 l_1 、 l_2 の交点の軌跡はどのような図形になるか。軌跡の方程式を示して答えよ。

問2 直線 $y = 2tx - t^2 - 2t + 1$ (t は定数) を l_t とする。

(1) t が実数全体の範囲を動くとき、直線 l_t が動く範囲を xy 座標平面上に図示せよ。

(2) t が $|t| \leq 2$ の範囲を動くとき、直線 l_t が2回通りうる範囲の境界によって囲まれる図形の面積を求めよ。

II [高等学校受験者]

第4問題 $p > 0$ とするとき、2つの曲線 $y = \log x$ 、 $y = \log(x - p) + p$ について、次の問に答えよ。

問1 この2つの曲線の共通接線 l の方程式を求めよ。

問2 問1で求めた共通接線 l と曲線 $y = \log(x - p) + p$ の接点を P とする。曲線 $y = \log x$ 、点 P を通り y 軸に平行な直線及び x 軸によって囲まれる部分の面積が1になるとき、 p の値を求めよ。