

(8枚のうち1)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

〔注意事項〕

- 1 答えは、全て解答用紙に記入すること。
- 2 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類がある。
- 3 問題1～4及び7はマーク式問題、問題5・6・8は記述式問題である。
マーク式問題の答えはマーク式解答用紙に、記述式問題の答えは記述式解答用紙に記入すること。
- 4 問題文中の「ア」, 「イウ」などには、特に指示がないかぎり、符号(－, ±)又は数字(0～9)が入る。
特に指示がないかぎり、ア, イ, ウ, … の記号一つ一つは、これらの符号又は数字のいずれか一つに対応している。
それらをマーク式解答用紙のア, イ, ウ, … で示された解答欄にマークして答えること。

例 「アイウ」に－49と答えたいとき

解答 欄	解 答 欄												
ア	●	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
イ	○	±	0	1	2	3	●	5	6	7	8	9	
ウ	○	±	0	1	2	3	4	5	6	7	8	●	

なお、同一の問題文中に「ア」, 「イウ」などが2度以上現れる場合、同じ記号には同一の符号又は数字が入るものとする。

- 5 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母にはつけないこと。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{2}{3}$ と答えたいときは、 $\frac{-2}{3}$ として答えること。

また、それ以上約分できない形で答えること。

例えば、 $\frac{3}{4}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ のように答えないこと。

- 6 小数の形で解答する場合、指定された桁数まで⑩にマークすること。

例えば、「キ」, 「クケ」に 3.6 と答えたいときは、3.60 として答えること。

- 7 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えること。

例えば、「コ」 $\sqrt{\text{サ}}$ に $6\sqrt{2}$ と答えるところを、 $3\sqrt{8}$ のように答えないこと。

- 8 根号を含む分数の形で解答する場合、

例えば、 $\frac{\text{シ} + \text{ス} \sqrt{\text{セ}}}{\text{ソ}}$ に $\frac{4+2\sqrt{2}}{3}$ と答えるところを、 $\frac{8+4\sqrt{2}}{6}$ や $\frac{8+2\sqrt{8}}{6}$ のように答えないこと。

(8枚のうち2)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

1 あとの1～6に答えなさい。

1 $\triangle ABC$ において、 $\frac{4}{\sin \angle CAB} = \frac{5}{\sin \angle ABC} = \frac{6}{\sin \angle BCA}$ が成り立っており、 $\triangle ABC$ の面積は $15\sqrt{7}$ とします。

(1) $\cos \angle CAB = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

(2) $\triangle ABC$ の外接円の半径は、 $\frac{\boxed{\text{ウエ}} \sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。

2 6^{40} は $\boxed{\text{キク}}$ 桁の数である。ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010$, $\log_{10} 3 = 0.4771$ とします。

3 a , b を実数とし、 x の4次方程式 $3x^4 - 10x^3 + 4x^2 + ax + b = 0$ が $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ を解にもつとします。(i は虚数単位)

(1) a , b の値は、 $a = \boxed{\text{ケコ}}$, $b = \boxed{\text{サシ}}$ である。

(2) この4次方程式の $\frac{1+\sqrt{3}i}{2}$ 以外の解は、 $x = \frac{\boxed{\text{ス}} - \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} i$, $\frac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$, $\boxed{\text{テ}}$ である。

(8枚のうち3)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

- 4 数列 $\{a_n\}$ は、初項が 6 で、 $a_{n+1} = 2a_n + 4n$ ($n = 1, 2, 3, \dots$) を満たすとして。

$a_2 =$ であり、数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n =$ $\cdot$ $^n -$ $n -$ と表すことができる。

- 5 四面体 $OABC$ において、辺 OA の中点を M 、辺 OC を $2:1$ に内分する点を D とし、 $\triangle MBD$ の重心を G 、直線 OG と平面 ABC との交点を E とします。

(1) $\overrightarrow{OG} = \frac{\text{ハ}}{\text{ヒ}} \overrightarrow{OA} + \frac{\text{フ}}{\text{ヘ}} \overrightarrow{OB} + \frac{\text{ホ}}{\text{マ}} \overrightarrow{OC}$ である。

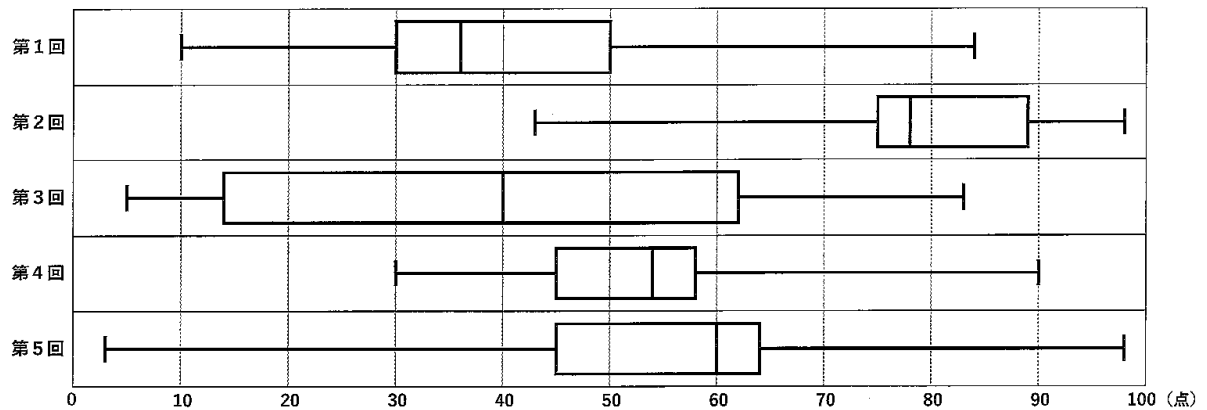
(2) $OG:GE$ を最も簡単な整数比で表すと、 $OG:GE =$ $:$ である。

(8枚のうち4)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

- 6 次の図は、あるクラスに在籍している40人の生徒全員に対して、第1回から第5回までのテストを順に実施し、その得点を箱ひげ図で表したものです。この箱ひげ図から読み取れることとして、必ず正しいといえるものを、下の①～⑤の中から全て選び、解答用紙のモの解答欄にマークして答えなさい（この解答欄では複数マークしてよい）。



- ① 第1回から第5回までのテストのうち、四分位範囲が最も大きいのは第2回のテストである。
- ② 第2回のテストでは第1回のテストよりクラス全員の得点が上がった。
- ③ 第3回のテストで下位10人の生徒は全員、第4回のテストでは得点が上がった。
- ④ 第3回のテストの平均点は40点である。
- ⑤ 第4回のテストで上位20人の生徒は全員、50点以上である。
- ⑥ ある生徒は、第1回から第5回までの全てのテストで80点以上を得点している。

(8枚のうち5)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

2 次の1・2に答えなさい。

1 p を実数とし、 x の2次方程式 $x^2 - 2px - p + 2 = 0$ が異なる2つの実数解 α, β をもつとします。

(1) $-2 < \alpha < 2$ かつ $-2 < \beta < 2$ となるような p の値の範囲は、 $\boxed{\text{ア}} < p < \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ である。

(2) α, β のうち、どちらか一方だけが -2 よりも大きく 2 よりも小さくなるような p の値の範囲は、

$p < \boxed{\text{エオ}}$ または $\frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キ}}} \leq p$ である。

2 $\angle A = 90^\circ$ の直角二等辺三角形 ABC があり、辺 BC の長さは 12 です。2点 A, B を除く線分 AB 上に点 P をとります。点 P を通り、直線 BC に平行な直線と、辺 AC との交点を Q とします。直線 PQ に関して、点 A と対称な点を D とします。 PQ の長さを x 、 $\triangle DPQ$ と $\triangle ABC$ の重なった部分の面積を y とします。

$0 < x \leq 6$ のとき、 $y = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{ケ}}} x^2$ であり、

$6 < x < 12$ のとき、 $y = \frac{\boxed{\text{コサ}}}{\boxed{\text{シ}}} x^2 + \boxed{\text{スセ}} x - \boxed{\text{ソタ}}$ である。

$0 < x < 12$ のとき、 y の最大値は $\boxed{\text{チツ}}$ であり、そのときの x の値は $\boxed{\text{テ}}$ である。

(8枚のうち6)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

[3] 次の1・2に答えなさい。

1 $\cos x = t$ として、 $\cos 2x - 2\cos x$ を t を用いて表すと、 $\boxed{\text{ア}} t^2 - \boxed{\text{イ}} t - \boxed{\text{ウ}}$ である。2 $0 \leq x \leq \frac{3}{2}\pi$ のとき、 x の方程式 $\cos 2x - 2\cos x + a = 0$ が異なる2つの解をもつような、定数 a の値の範囲は、
 $\boxed{\text{エオ}} < a < \boxed{\text{カ}}, \quad \boxed{\text{キ}} < a < \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}$ である。

[4] 次の1・2に答えなさい。

1 箱の中に10本のくじが入っており、1等のくじが1本、2等のくじが4本、はずれくじが5本です。この箱の中からくじを同時に3本引く場合について考えます。

(1) はずれくじを少なくとも1本引く確率は $\frac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。(2) 2等のくじを2本以上引く確率は $\frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ である。2 n を正の整数とします。箱の中に当たりくじが2本と、はずれくじが n 本入っています。この箱の中からくじを同時に2本引くときの当たりくじの本数を X 本とします。 X の期待値が $\frac{1}{3}$ 本であるとき、 n の値は $\boxed{\text{キク}}$ である。

(8枚のうち7)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

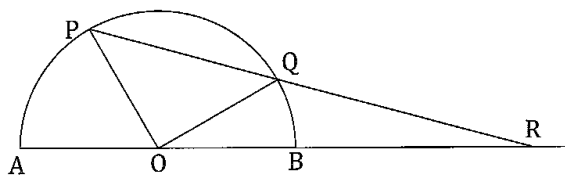
5 次の1・2に答えなさい。答えは記述式解答用紙に書きなさい。

1 n を自然数とします。 $n^2 - 44n + 420$ が素数となるような n の値を全て求めなさい。

2 次の図のように、長さ4の線分 AB を直径とする半円があり、線分 AB の中点を O とします。 $0 < \theta < \frac{\pi}{3}$ とするとき、

$\widehat{AB}$ 上に2点 P, Q を、 $\angle BOQ = \frac{1}{2} \angle AOP = \theta$ となるようにとります。また、直線 PQ と直線 AB の交点を R とします。

$\triangle OQR$ の面積を S_1 、扇形 OBQ の面積を S_2 とするとき、極限 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S_1}{S_2}$ を求めなさい。



6 次の1・2に答えなさい。答えは記述式解答用紙に書きなさい。

1 関数 $y = \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}$ のグラフの概形をかきなさい。

2 n を正の整数とします。次の不等式が成り立つことを証明しなさい。

$$\sqrt{1+n^2} - 1 < \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \cdots + \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$$

(8枚のうち8)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

(答えは、全て解答用紙に記入すること。)

- 7 平成 30 年 3 月告示の高等学校学習指導要領に示された数学科の目標について、次の空欄 ～ に当てはまる語を、下の①～⑨の中から選び、解答用紙のア～オの解答欄にマークして答えなさい。

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数学における基本的な や原理・法則を に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- (2) 数学を活用して事象を に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。
- (3) 数学のよさを認識し に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、問題解決の過程を振り返って考察を深めたり、評価・改善したりしようとする態度や の基礎を養う。

- | | | | | |
|-------|-------|-------|-------|-------|
| ① 論理的 | ② 数理的 | ③ 体系的 | ④ 発展的 | ⑤ 協働的 |
| ⑥ 積極的 | ⑦ 人間性 | ⑧ 創造性 | ⑨ 知識 | ⑩ 概念 |

- 8 平成 30 年 3 月告示の高等学校学習指導要領 数学 数学Ⅱ 内容 (4) 三角関数 の授業において、次の【問題】を出題したところ、ある生徒が下の【解答】のように誤った解答をしました。

【問題】

関数 $y = 3 \sin x + 4 \cos x$ の最大値を求めなさい。

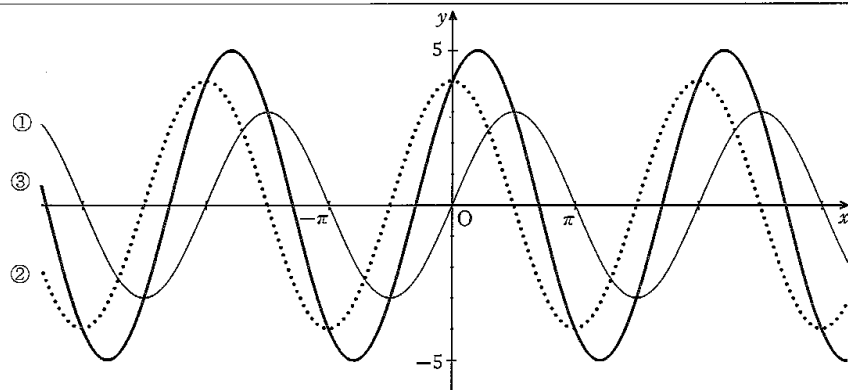
【解答】

 $-1 \leq \sin x \leq 1$ より、 $-3 \leq 3 \sin x \leq 3$ $-1 \leq \cos x \leq 1$ より、 $-4 \leq 4 \cos x \leq 4$ よって、 $-7 \leq 3 \sin x + 4 \cos x \leq 7$ これより、 $3 \sin x + 4 \cos x$ の最大値は 7

【問題】の解決に当たって、この生徒が解決の見通しをもてるようにするために、 $y = 3 \sin x$ 、 $y = 4 \cos x$ 、 $y = 3 \sin x + 4 \cos x$ の 3 つのグラフを、コンピュータソフトを用いて表示させることとします。次の【図】のように、それらのグラフを表示させた後、どのような指導を行いますか。簡潔に書きなさい。答えは記述式解答用紙に書きなさい。

【図】

- ① $y = 3 \sin x$
- ② $y = 4 \cos x$
- ③ $y = 3 \sin x + 4 \cos x$



氏名

⑧ 高等学校 数学科 マーク式解答用紙

受験番号					
0	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	1
2	2	2	2	2	2
3	3	3	3	3	3
4	4	4	4	4	4
5	5	5	5	5	5
6	6	6	6	6	6
7	7	7	7	7	7
8	8	8	8	8	8
9	9	9	9	9	9

〔記入上の注意〕

- 余白には何も記入しないでください。
- HBまたはBの鉛筆で該当する○にマークしてください。
マーク例 《良い例》 ●
《悪い例》 ✓ / ✕
- 訂正するときは、消しゴムで完全に消してください。
- 受験番号については、6桁の数字を記入したうえで、該当する○にマークしてください。

1	解答番号	解 答 欄
	ア	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	イ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ウ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	エ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	オ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	カ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	キ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ク	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ケ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	コ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	サ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	シ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ス	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	セ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ソ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	タ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	チ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ツ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	テ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ト	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ナ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ニ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ヌ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ネ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ノ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ハ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ヒ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	フ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

1	解答番号	解 答 欄 (続き)
	ヘ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ホ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	マ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ミ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ム	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	メ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	モ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
2	解答番号	解 答 欄
	ア	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	イ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ウ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	エ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	オ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	カ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	キ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ク	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ケ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	コ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	サ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	シ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ス	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	セ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ソ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	タ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	チ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ツ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	テ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

3	解答番号	解 答 欄
	ア	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	イ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ウ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	エ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	オ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	カ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	キ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ク	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ケ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
4	解答番号	解 答 欄
	ア	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	イ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ウ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	エ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	オ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	カ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	キ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ク	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
7	解答番号	解 答 欄
	ア	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	イ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	ウ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	エ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9
	オ	○ ± 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9

(3枚のうち1)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1～4及び7は、マーク式解答用紙に記入すること。

問題番号		解答欄
5	1	
	2	

8

高等学校 数学科 記述式解答用紙

(3枚のうち2)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1～4及び7は、マーク式解答用紙に記入すること。

問題番号		解答欄
6	1	
	2	

8

高等学校 数学科 記述式解答用紙

(3枚のうち3)

受験番号		氏 名	
------	--	-----	--

1～4及び7は、マーク式解答用紙に記入すること。

問題番号	解答欄
8	

高等学校数学科採点基準

5枚のうち1

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号			正 答		採 点 上 の 注 意	配 点	
1	1	(1)	ア	3	2つとも合っているもの だけを正答とする。	5	10
			イ	4			
		(2)	ウ	1	4つとも合っているもの だけを正答とする。	5	
			エ	6			
			オ	7			
			カ	7			
	2		キ	3	2つとも合っているもの だけを正答とする。	10	
			ク	2			
	3	(1)	ケ	－ (マイナス)	4つとも合っているもの だけを正答とする。	5	10
			コ	1			
			サ	－ (マイナス)			
			シ	6			
		(2)	ス	1	7つとも合っているもの だけを正答とする。	5	
			セ	3			
			ソ	2			
			タ	－ (マイナス)			
			チ	2			
			ツ	3			
			テ	3			
	4		ト	1	2つとも合っているもの だけを正答とする。	5	15
			ナ	6			
			ニ	7	4つとも合っているもの だけを正答とする。	10	
			ヌ	2			
			ネ	4			
			ノ	4			
	5	(1)	ハ	1	6つとも合っているもの だけを正答とする。	5	10
			ヒ	6			
			フ	1			
			ヘ	3			
			ホ	2			
			マ	9			
		(2)	ミ	1	3つとも合っているもの だけを正答とする。	5	
			ム	3			
			メ	5			
	6		モ	2, 4	2つとも合っているもの だけを正答とする。	10	

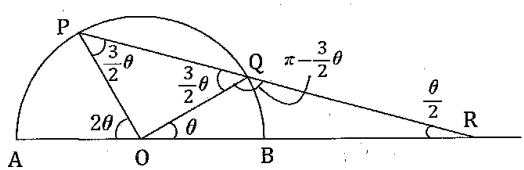
高等学校数学科採点基準

5枚のうち2

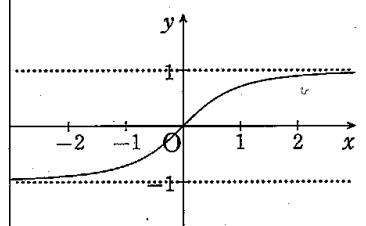
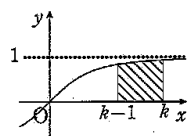
【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号			正 答		採 点 上 の 注 意	配 点				
2	1	(1)	ア	1	3つとも合っているもの だけを正答とする。	5	10	25		
			イ	6						
			ウ	5						
		(2)	エ	－ (マイナス)	4つとも合っているもの だけを正答とする。	5				
			オ	2						
			カ	6						
	2		キ	5	2つとも合っているもの だけを正答とする。	5	15			
			ク	1						
			ケ	4						
			コ	－ (マイナス)					7つとも合っているもの だけを正答とする。	5
			サ	3						
			シ	4						
			ス	1						
			セ	2						
			ソ	3						
			タ	6						
			チ	1					3つとも合っているもの だけを正答とする。	5
			ツ	2						
			テ	8						
3	1		ア	2	3つとも合っているもの だけを正答とする。	5	15			
			イ	2						
			ウ	1						
	2		エ	－ (マイナス)	6つとも合っているもの だけを正答とする。	10				
			オ	3						
			カ	1						
			キ	1						
			ク	3						
4	1	(1)	ケ	2	4つとも合っているもの だけを正答とする。	5	10	15		
			ア	1						
			イ	1						
			ウ	1						
		(2)	エ	2					2つとも合っているもの だけを正答とする。	5
			オ	1						
	2		カ	3	2つとも合っているもの だけを正答とする。	5				
			キ	1						
			ク	0						

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号	正 答 [例]	採 点 上 の 注 意	配 点
	$n^2 - 44n + 420 = (n - 30)(n - 14)$ $n - 30 < n - 14$ であるから、 $n^2 - 44n + 420$ が素数であるとき、 $n - 30 = 1$ または $n - 14 = -1$ 1 すなわち、 $n = 31, 13$ $n = 31$ のとき、 $(n - 30)(n - 14) = 1 \cdot 17 = 17$ (素数) $n = 13$ のとき、 $(n - 30)(n - 14) = -17 \cdot (-1) = 17$ (素数) よって、求める自然数 n は、 $n = 31, 13$		10
5	 $S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot OR \cdot \sin \theta = OR \sin \theta$ $\triangle OQR \text{ において正弦定理より,}$ $\frac{OR}{\sin(\pi - \frac{3}{2}\theta)} = \frac{2}{\sin \frac{\theta}{2}} \text{ より, } OR = \frac{2 \sin(\pi - \frac{3}{2}\theta)}{\sin \frac{\theta}{2}} = \frac{2 \sin \frac{3}{2}\theta}{\sin \frac{\theta}{2}}$ 2 したがって、 $S_1 = \frac{2 \sin \frac{3}{2}\theta}{\sin \frac{\theta}{2}} \cdot \sin \theta = \frac{2 \sin \frac{3}{2}\theta}{\sin \frac{\theta}{2}} \cdot 2 \sin \frac{\theta}{2} \cos \frac{\theta}{2} = 4 \sin \frac{3}{2}\theta \cos \frac{\theta}{2}$ $S_2 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 2 \cdot \theta = 2\theta$ 以上より、 $\lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{S_1}{S_2} = \lim_{\theta \rightarrow +0} \frac{4 \sin \frac{3}{2}\theta \cos \frac{\theta}{2}}{2\theta}$ $= \lim_{\theta \rightarrow +0} \left(2 \cdot \frac{\sin \frac{3}{2}\theta}{\frac{3}{2}\theta} \cdot \frac{3}{2} \cdot \cos \frac{\theta}{2} \right)$ $= 3$		20

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号		正 答	採 点 上 の 注 意	配 点																
1	6	$y' = \frac{1 \cdot \sqrt{1+x^2} - x \cdot \frac{2x}{2\sqrt{1+x^2}}}{1+x^2} = \frac{1+x^2-x^2}{(1+x^2)^{\frac{3}{2}}} = (1+x^2)^{-\frac{3}{2}} > 0$ $y'' = -\frac{3}{2}(1+x^2)^{-\frac{5}{2}} \cdot 2x = -\frac{3x}{(1+x^2)^{\frac{5}{2}}}$ $y'' = 0$ とすると, $x = 0$ よって, y の増減, グラフの凹凸は次の表のようになる。 <table><tr><td>x</td><td>...</td><td>0</td><td>...</td></tr><tr><td>y'</td><td>+</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td>y''</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td>y</td><td>↗</td><td>0</td><td>↘</td></tr></table> さらに, $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{x^2}+1}} = 1$ 1 $x = -t$ とおくと, $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-t}{\sqrt{1+(-t)^2}} = \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{-1}{\sqrt{\frac{1}{t^2}+1}} = -1$ であるから, 直線 $y = 1$ 及び直線 $y = -1$ はこの曲線の漸近線である。 グラフの概形は次のようになる。 	x	...	0	...	y'	+	+	+	y''	+	0	-	y	↗	0	↘	1 0	2 0
x	...	0	...																	
y'	+	+	+																	
y''	+	0	-																	
y	↗	0	↘																	
2		k を 1 以上の整数とする。 $k-1 \leq x \leq k$ において, $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} \leq \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ 常に $\frac{x}{\sqrt{1+x^2}} = \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ ではないから, $\int_{k-1}^k \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx < \int_{k-1}^k \frac{k}{\sqrt{1+k^2}} dx$ すなわち, $\int_{k-1}^k \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx < \frac{k}{\sqrt{1+k^2}}$ $k = 1, 2, 3, \dots, n$ として, 辺々を加えると, 2 $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx + \int_1^2 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx + \int_2^3 \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx + \dots + \int_{n-1}^n \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx < \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$ $\int_0^n \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx < \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$ ここで, $\int_0^n \frac{x}{\sqrt{1+x^2}} dx = \int_0^n (1+x^2)^{-\frac{1}{2}} (1+x^2)' \cdot \frac{1}{2} dx = \left[\frac{1}{2} \cdot 2(1+x^2)^{\frac{1}{2}} \right]_0^n = [\sqrt{1+x^2}]_0^n$ $= \sqrt{1+n^2} - 1$ よって $\sqrt{1+n^2} - 1 < \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{2}{\sqrt{5}} + \frac{3}{\sqrt{10}} + \dots + \frac{n}{\sqrt{1+n^2}}$		1 0																

高等学校数学科採点基準

5枚のうち5

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

問題番号			正 答 [例]	採 点 上 の 注 意	配 点
7	ア	9			4
	イ	2			4
	ウ	0			4
	エ	5			4
	オ	7			4
8	y = 3sin x と y = 4cos x はともに周期関数であるので、【図】から y = 3sin x と y = 4cos x が同時に最大値をとることはないことに気付かせる。 次に、【図】から y = 3sin x + 4cos x のグラフが正弦曲線になっており、最大値が 5 であることを予想させる。 そして、 $3\sin x + 4\cos x = 5\sin(x + \alpha)$ (ただし、 $\cos \alpha = \frac{3}{5}, \sin \alpha = \frac{4}{5}$) とできることから、最大値が 5 であることを理解させる。			問いを正しく捉えていれば、内容は異なっていない。 てよい。	20