

令和 8 年度長崎県公立学校 教員採用選考第 1 次試験問題
-----------------------------------

教科・科目
-------

高校 数学
-------

受験番号		氏名	
------	--	----	--

実施日 令和 7 年 5 月 1 1 日（日）

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験

高校数学

\*解答はすべて解答用紙の該当欄に記入すること。ただし、1は答えのみを明記し、1以外は特に指示がない限りは答えのみではなく、答えに至る過程も明記すること。

1

次の各問いに答えよ。

問1 5で割ると2余り、7で割ると3余るような自然数のうち、3桁で最小の数を求めよ。

問2 整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りが3、 $P(x)$ を $x-2$ で割ったときの余りが2であるとき、 $P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割ったときの余りを求めよ。

問3 不等式 $\log_2(2x+6) - \log_2 x \geq \log_2(x+1)$ を解け。

問4 複素数平面上の異なる3点 $O(0)$ 、 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ に対して、 $4\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 0$ が成り立つとき、 $OA : OB : AB$ を求めよ。

問5 点 $(x, y)$ が $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$ を満たしているとき、 $x+y$ の値の範囲を求めよ。

2

$0 \leq \theta \leq \pi$ 、 $\sin\theta + \cos\theta = t$  とするとき、次の各問いに答えよ。

問1  $\sin\theta\cos\theta$  を  $t$  の式として表せ。

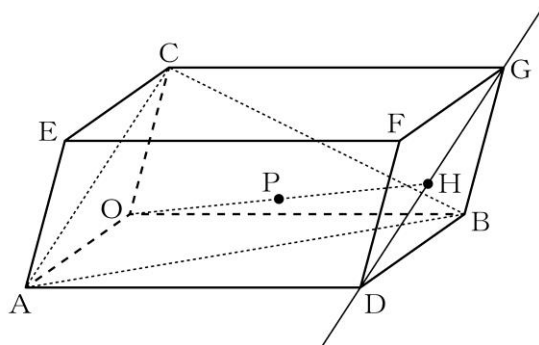
問2  $t$  の範囲を求めよ。

問3  $f(\theta) = \sin\theta + \cos\theta + 2\sin\theta\cos\theta$  の最大値と最小値およびそのときの  $t$  の値を求めよ。

問4  $\sin\theta + \cos\theta + 2\sin\theta\cos\theta = a$  の解の個数を求めよ。ただし、 $a$  は実数の定数とする。

3

平行六面体  $OADBCFEFG$  において、点  $G$ 、 $D$  を通る直線上の点を  $H$  とし、直線  $OH$  と平面  $ABC$  との交点を  $P$  とする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$  とするとき、次の各問いに答えよ。



問1 点  $H$  が線分  $DG$  を  $2 : 3$  に内分するとき、 $\overrightarrow{OH}$  を  $\vec{a}$ 、 $\vec{b}$ 、 $\vec{c}$  を用いて表せ。

問2 点  $P$  は、点  $H$  の位置にかかわらず常に線分  $OH$  の中点であることをベクトルを用いて示せ。

問3 平行六面体  $OADBCFEFG$  において、 $\vec{a} = (5, 0, 0)$ 、 $\vec{b} = (0, x, 0)$ 、 $\vec{c} = (0, 0, \frac{15}{4})$  とする。

直線  $OH$  が平面  $ABC$  に垂直であり、 $x > 0$  のとき、

- (1)  $x$  の値を求めよ。
- (2) 立体  $OABC$  の体積を求めよ。

4

すべての項が実数である2つの数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ に対して、 $a_{n+1} + b_{n+1}i = (3+2i)a_n - 2(1+i)b_n$  ( $n=1, 2, 3, \dots$ )が成り立っている。 $a_1=1$ 、 $b_1=-1$  とするとき、次の各問いに答えよ。ただし、 $i$  は虚数単位とする。

問1  $a_2$ 、 $b_2$  の値を求めよ。

問2  $a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$  を満たす  $p$ 、 $q$  の値を求めよ。

問3  $c_n = a_{n+1} + a_n$  とするとき、数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

問4 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

5

2つの関数  $f(x)=e^{2x}-2e^x$  と  $g(x)=e^x-2$  のグラフの2つの交点をA、Bとし、点A、Bの  $x$  座標をそれぞれ  $\alpha$ 、 $\beta$  ( $\alpha < \beta$ ) とする。次の各問いに答えよ。ただし、 $e$  は自然対数の底とする。

問1  $\log x$  の導関数が  $\frac{1}{x}$  であることを用いて、 $e^x$  の導関数は  $e^x$  であることを示せ。

問2  $\alpha$ 、 $\beta$  の値を求めよ。

問3  $\alpha < x < \beta$  の範囲で  $f(x)$  と  $g(x)$  の大小関係を調べよ。

問4 関数  $y=f(x)$  の増減、グラフの凹凸、漸近線を調べ、グラフをかけ。

問5 関数  $y=f(x)$  と関数  $y=g(x)$  のグラフで囲まれた部分の面積を求めよ。

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

1

20点（各4点）

問1	122
問2	$-x+4$
問3	$0 < x \leq 3$
問4	$1 : 2 : \sqrt{3}$
問5	$7 - \sqrt{10} \leq x+y \leq 7 + \sqrt{10}$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

2

20点（問1 2点、問2 4点、問3 6点、問4 8点）

問1	$\sin \theta + \cos \theta = t$ の両辺を二乗すると $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = t^2$ $\therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{t^2 - 1}{2}$
問2	$\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right)$ $0 \leq \theta \leq \pi$ より、 $\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$ よって、 $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin \left( \theta + \frac{\pi}{4} \right) \leq 1$ $\therefore -1 \leq t \leq \sqrt{2}$
問3	$f(\theta) = \sin \theta + \cos \theta + 2 \sin \theta \cos \theta$ $= t + 2 \left( \frac{t^2 - 1}{2} \right)$ $= t^2 + t - 1$ $= \left( t + \frac{1}{2} \right)^2 - \frac{5}{4}$ 軸 $t = -\frac{1}{2}$ 、下に凸なので、 $-1 \leq t \leq \sqrt{2}$ より、 $t = \sqrt{2}$ のとき、最大値 $1 + \sqrt{2}$ $t = -\frac{1}{2}$ のとき、最小値 $-\frac{5}{4}$



高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

## 令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

問4

$\sin \theta + \cos \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = a$  の解は、

$$f(\theta) = \sin \theta + \cos \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = t^2 + t - 1 \quad \text{と}$$

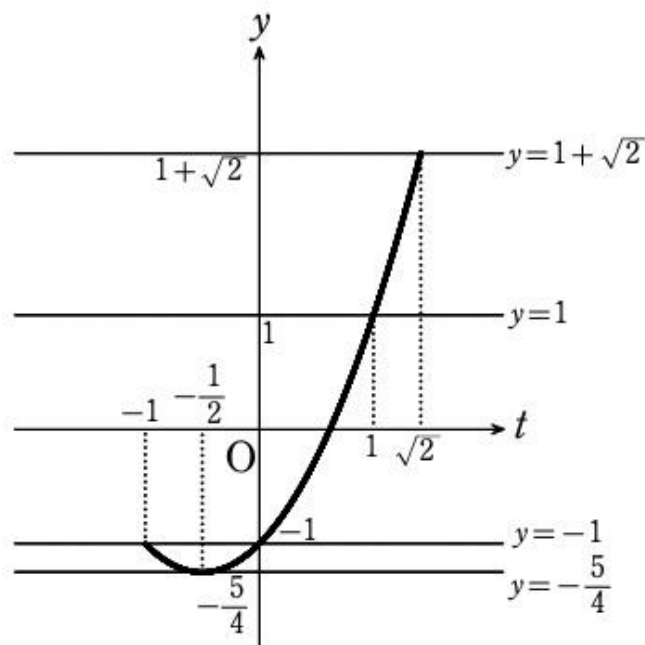
$y = a$  との交点で求めることができる。

また、 $-1 \leq t \leq \sqrt{2}$  のとき、

$\sin \theta + \cos \theta = t$  を満たす  $\theta$  は、

$-1 \leq t < 1$ 、 $t = \sqrt{2}$  のとき 1 個、 $1 \leq t < \sqrt{2}$  のとき 2 個ある。

よって、 $f(\theta) = a$  の解の個数は



i)  $a < -\frac{5}{4}$  のとき、0 個

ii)  $a = -\frac{5}{4}$  のとき、1 個

iii)  $-\frac{5}{4} < a \leq -1$  のとき、2 個

iv)  $-1 < a < 1$  のとき、1 個

v)  $1 \leq a < 1 + \sqrt{2}$  のとき、2 個

vi)  $a = 1 + \sqrt{2}$  のとき、1 個

vii)  $1 + \sqrt{2} < a$  のとき、0 個

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

## 令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3

20点(問1 3点、問2 5点、問3(1) 6点、問3(2) 6点)

問1	$\overrightarrow{OH} = \frac{1}{5}(3\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{OG})$ $= \frac{1}{5}\{3(\vec{a} + \vec{b}) + 2(\vec{b} + \vec{c})\}$ $= \frac{3}{5}\vec{a} + \vec{b} + \frac{2}{5}\vec{c}$
問2	<p>GH:HD = t:(1-t)とおく</p> $\overrightarrow{OH} = t\overrightarrow{OD} + (1-t)\overrightarrow{OG}$ $= t(\vec{a} + \vec{b}) + (1-t)(\vec{b} + \vec{c})$ $= t\vec{a} + \vec{b} + (1-t)\vec{c}$ <p><math>\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OH}</math>とおくと、</p> $\overrightarrow{OP} = kt\vec{a} + k\vec{b} + k(1-t)\vec{c}$ <p>Pは平面ABC上の点なので、</p> $kt + k + k(1-t) = 1 \text{ より、} k = \frac{1}{2}$ <p>よって、OP:PH = 1:1 より、</p> <p>PはOHの中点である。</p>
問3 (1)	$\overrightarrow{OH} = t\vec{a} + \vec{b} + (1-t)\vec{c}$ $= t(5,0,0) + (0,x,0) + (1-t)\left(0,0,\frac{15}{4}\right)$ $= \left(5t, x, \frac{15}{4}(1-t)\right)$ $\overrightarrow{AB} = (-5, x, 0), \overrightarrow{AC} = \left(-5, 0, \frac{15}{4}\right)$ <p>OH ⊥ 平面ABC より、OH ⊥ AB、OH ⊥ AC</p> <p>よって、</p> $\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} = -25t + x^2 = 0 \cdots \textcircled{1}$ $\overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AC} = -25t + \left(\frac{15}{4}\right)^2 (1-t) = 0 \cdots \textcircled{2}$ <p>②より、<math>-25 \times 16t + 15 \times 15(1-t) = 0</math></p> $-16t + 9(1-t) = 0 \quad t = \frac{9}{25}$ <p>①に代入すると、<math>x = \pm 3</math></p> <p><math>x &gt; 0</math>より <math>x = 3</math></p>

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

## 令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

問3 (2)	$\vec{a} = (5, 0, 0), \vec{b} = (0, 3, 0), \vec{c} = \left(0, 0, \frac{15}{4}\right)$ <p>立体OABCは、<math>OA=5</math>、<math>OB=3</math>、<math>OC = \frac{15}{4}</math>、<math>OA \perp OB</math>、<math>OB \perp OC</math>、<math>OC \perp OA</math> の三角錐であるから、</p> <p>立体OABC の体積は <math>\frac{5 \times 3}{2} \times \frac{15}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{75}{8}</math></p>
	<p>別解</p> <p><math>x = 3</math>、<math>t = \frac{9}{25}</math> より、</p> <p><math>\vec{OH} = \left(\frac{9}{5}, 3, \frac{12}{5}\right)</math>、<math>\vec{AB} = (-5, 3, 0)</math></p> <p><math>\vec{AC} = \left(-5, 0, \frac{15}{4}\right)</math></p> <p><math> \vec{OH}  = \sqrt{\frac{81 + 9 \times 25 + 144}{25}} = \sqrt{\frac{450}{25}} = 3\sqrt{2}</math></p> <p><math> \vec{OP}  = \frac{3\sqrt{2}}{2}</math></p> <p><math> \vec{AB}  = \sqrt{34}</math>、<math> \vec{AC}  = \sqrt{\frac{625}{16}} = \frac{25}{4}</math>、<math>\vec{AB} \cdot \vec{AC} = 25</math></p> <p><math>\triangle ABC = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\sqrt{34} \cdot \frac{25}{4}\right)^2 - (25)^2} = \frac{75}{8} \sqrt{2}</math></p> <p>よって、立体 OABC の体積は、<math>\frac{1}{3} \times \frac{75}{8} \sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{75}{8}</math></p>

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

## 令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

4

20点（問1 4点、問2 6点、問3 4点、問4 6点）










問1	$a_2 + b_2 i = (3 + 2i)a_1 - 2(1 + i)b_1$ $a_2 + b_2 i = 5 + 4i$ $a_2, b_2$ は実数なので、 $a_2 = 5, b_2 = 4$
問2	$a_{n+1} + b_{n+1} i = (3 + 2i)a_n - 2(1 + i)b_n$ $a_{n+1} + b_{n+1} i = (3a_n - 2b_n) + (2a_n - 2b_n)i$ $a_{n+1}, b_{n+1}, 3a_n - 2b_n, 2a_n - 2b_n$ は実数なので、 $\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n - 2b_n \cdots \cdots \textcircled{1} \\ b_{n+1} = 2a_n - 2b_n \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1}$ より、 $b_n = \frac{-a_{n+1} + 3a_n}{2}$ よって、 $b_{n+1} = \frac{-a_{n+2} + 3a_{n+1}}{2}$ $\textcircled{2}$ に代入すると $\frac{-a_{n+2} + 3a_{n+1}}{2} = 2a_n - 2\left(\frac{-a_{n+1} + 3a_n}{2}\right)$ $a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 0$ $\therefore p = -1, q = -2$
問3	$a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 0$ より、 $a_{n+2} + a_{n+1} = 2(a_{n+1} + a_n)$ $C_{n+1} = 2C_n$ $\{C_n\}$ は公比2、 $C_1 = a_2 + a_1 = 6$ の等比数列なので $C_n = 6 \cdot 2^{n-1} = 3 \cdot 2^n$
問4	$a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 0$ より、 $a_{n+2} - 2a_{n+1} = -(a_{n+1} - 2a_n)$ $a_{n+1} - 2a_n = (a_2 - 2a_1)(-1)^{n-1} = 3 \cdot (-1)^{n-1}$ よって、 $\begin{cases} a_{n+1} + a_n = 3 \cdot 2^n \cdots \cdots \textcircled{1} \\ a_{n+1} - 2a_n = 3 \cdot (-1)^{n-1} \cdots \cdots \textcircled{2} \end{cases}$ $\textcircled{1}, \textcircled{2}$ より、 $a_n = \frac{3 \cdot 2^n - 3 \cdot (-1)^{n-1}}{3} = 2^n - (-1)^{n-1} = 2^n + (-1)^n$ $b_n = \frac{-a_{n+1} + 3a_n}{2} = \frac{-\{2^{n+1} + (-1)^{n+1}\} + 3\{2^n + (-1)^n\}}{2}$ $= 2^{n-1} - 2(-1)^{n-1}$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

## 令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5

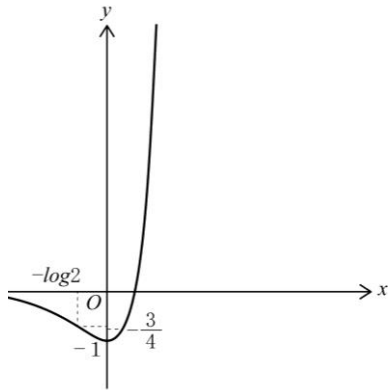
20点（問1 3点、問2 3点、問3 3点、問4 7点、問5 4点）

問 1	$y = e^x$ とおき、両辺の自然対数をとると、 $\log y = \log e^x$ $\log y = x \log e$ 両辺を $x$ で微分すると、 $\frac{y'}{y} = 1 \quad \therefore y' = y = e^x$																								
問 2	$e^{2x} - 2e^x = e^x - 2$ $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ $(e^x - 2)(e^x - 1) = 0$ $e^x = 2、1$ $x = \log 2、0$ $\log 2 > \log 1 = 0、\alpha < \beta$ より、 $\alpha = 0、\beta = \log 2$																								
問 3	$f(x) - g(x) = e^{2x} - 2e^x - (e^x - 2)$ $= (e^x - 2)(e^x - 1)$ $0 < x < \log 2$ のとき、 $1 < e^x < 2$ よって、 $(e^x - 2)(e^x - 1) < 0$ $\therefore f(x) < g(x)$																								
問 4	$f(x) = e^{2x} - 2e^x$ $f'(x) = 2e^{2x} - 2e^x = 2e^x(e^x - 1)$ $f''(x) = 4e^{2x} - 2e^x = 4e^x\left(e^x - \frac{1}{2}\right)$ よって、次の増減表を得る。 <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>\cdots</math></td><td><math>-\log 2</math></td><td><math>\cdots</math></td><td><math>0</math></td><td><math>\cdots</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td><math>-</math></td><td></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>f''(x)</math></td><td><math>-</math></td><td><math>0</math></td><td><math>+</math></td><td></td><td><math>+</math></td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td></td><td><math>-\frac{3}{4}</math></td><td></td><td><math>-1</math></td><td></td></tr></table> $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x} - 2e^x) = 0$ より、 $y = 0$ は漸近線 $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{2x} - 2e^x) = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} \left(1 - \frac{2}{e^x}\right)$ $= \infty$	$x$	$\cdots$	$-\log 2$	$\cdots$	$0$	$\cdots$	$f'(x)$	$-$		$-$	$0$	$+$	$f''(x)$	$-$	$0$	$+$		$+$	$f(x)$		$-\frac{3}{4}$		$-1$	
$x$	$\cdots$	$-\log 2$	$\cdots$	$0$	$\cdots$																				
$f'(x)$	$-$		$-$	$0$	$+$																				
$f''(x)$	$-$	$0$	$+$		$+$																				
$f(x)$		$-\frac{3}{4}$		$-1$																					

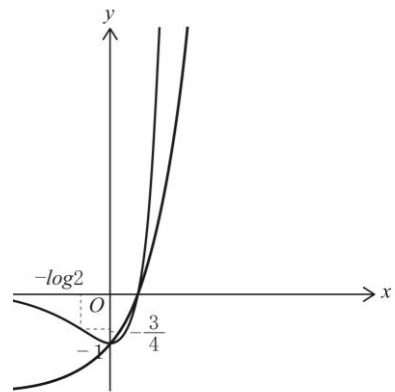
高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和 8 年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

問 4



問 5

求める面積を  $S$  とすると、

$$S = - \int_0^{\log 2} (e^{2x} - 3e^x + 2) dx$$

$$= - \left[ \frac{1}{2} e^{2x} - 3e^x + 2x \right]_0^{\log 2}$$

$$= - \left\{ \frac{1}{2} \times 2^2 - 3 \times 2 + 2 \log 2 - \left( \frac{1}{2} - 3 \right) \right\}$$

$$= - \left( 2 - 6 + 2 \log 2 + \frac{5}{2} \right)$$

$$= \frac{3}{2} - 2 \log 2$$