

令和 8 年度長崎県公立学校
教員採用選考第 1 次試験問題

教科・科目

高校 数学

受験番号

氏名

実施日 令和 7 年 5 月 11 日 (日)

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験

高校数学

*解答はすべて解答用紙の該当欄に記入すること。ただし、①は答えのみを明記し、②以外は特に指示がない限りは答えのみではなく、答えに至る過程も明記すること。

1

次の各問いに答えよ。

問1 5で割ると2余り、7で割ると3余るような自然数のうち、3桁で最小の数を求めよ。

問2 整式 $P(x)$ を $x-1$ で割ったときの余りが 3、 $P(x)$ を $x-2$ で割ったときの余りが 2 であるとき、 $P(x)$ を $(x-1)(x-2)$ で割ったときの余りを求めよ。

問3 不等式 $\log_2(2x+6) - \log_2 x \geq \log_2(x+1)$ を解け。

問4 複素数平面上の異なる3点 $O(0)$ 、 $A(\alpha)$ 、 $B(\beta)$ に対して、 $4\alpha^2 - 2\alpha\beta + \beta^2 = 0$ が成り立つとき、 $OA : OB : AB$ を求めよ。

問5 点 (x, y) が $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$ を満たしているとき、 $x+y$ の値の範囲を求めよ。

2

$0 \leq \theta \leq \pi$ 、 $\sin\theta + \cos\theta = t$ とするとき、次の各問いに答えよ。

問1 $\sin\theta\cos\theta$ を t の式として表せ。

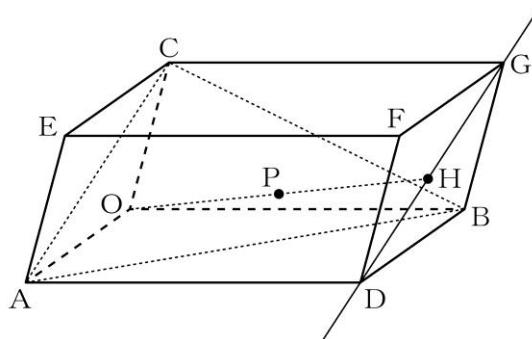
問2 t の範囲を求めよ。

問3 $f(\theta) = \sin\theta + \cos\theta + 2\sin\theta\cos\theta$ の最大値と最小値およびそのときの t の値を求めよ。

問4 $\sin\theta + \cos\theta + 2\sin\theta\cos\theta = a$ の解の個数を求めよ。ただし、 a は実数の定数とする。

3

平行六面体O A D B C E F Gにおいて、点G、Dを通る直線上の点をHとし、直線OHと平面ABCとの交点をPとする。 $\overrightarrow{OA} = \vec{a}$ 、 $\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ 、 $\overrightarrow{OC} = \vec{c}$ とするとき、次の各問いに答えよ。



問1 点Hが線分DGを2:3に内分するとき、 \overrightarrow{OH} を \vec{a} 、 \vec{b} 、 \vec{c} を用いて表せ。

問2 点Pは、点Hの位置にかかわらず常に線分OHの中点であることをベクトルを用いて示せ。

問3 平行六面体O A D B C E F Gにおいて、 $\vec{a} = (5, 0, 0)$ 、 $\vec{b} = (0, x, 0)$ 、 $\vec{c} = (0, 0, \frac{15}{4})$ とする。

直線OHが平面ABCに垂直であり、 $x > 0$ のとき、

- (1) x の値を求めよ。
- (2) 立体OABCの体積を求めよ。

4

すべての項が実数である 2 つの数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ に対して、 $a_{n+1} + b_{n+1}i = (3+2i)a_n - 2(1+i)b_n$ ($n=1, 2, 3, \dots$) が成り立っている。 $a_1=1$ 、 $b_1=-1$ とするとき、次の各問いに答えよ。ただし、 i は虚数単位とする。

問 1 a_2 、 b_2 の値を求めよ。

問 2 $a_{n+2} + pa_{n+1} + qa_n = 0$ を満たす p 、 q の値を求めよ。

問 3 $c_n = a_{n+1} + a_n$ とするとき、数列 $\{c_n\}$ の一般項を求めよ。

問 4 数列 $\{a_n\}$ 、 $\{b_n\}$ の一般項を求めよ。

5

2つの関数 $f(x)=e^{2x}-2e^x$ と $g(x)=e^x-2$ のグラフの2つの交点をA、Bとし、点A、Bの x 座標をそれぞれ α 、 β ($\alpha < \beta$) とする。次の各問い合わせよ。ただし、 e は自然対数の底とする。

問1 $\log x$ の導関数が $\frac{1}{x}$ であることを用いて、 e^x の導関数は e^x であることを示せ。

問2 α 、 β の値を求めよ。

問3 $\alpha < x < \beta$ の範囲で $f(x)$ と $g(x)$ の大小関係を調べよ。

問4 関数 $y=f(x)$ の増減、グラフの凹凸、漸近線を調べ、グラフをかけ。

問5 関数 $y=f(x)$ と関数 $y=g(x)$ のグラフで囲まれた部分の面積を求めよ。

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

1

20点 (各4点)

問 1	122
問 2	$-x+4$
問 3	$0 < x \leq 3$
問 4	$1 : 2 : \sqrt{3}$
問 5	$7 - \sqrt{10} \leq x+y \leq 7 + \sqrt{10}$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

2

20点 (問1 2点、問2 4点、問3 6点、問4 8点)

問1	$\sin \theta + \cos \theta = t$ の両辺を二乗すると $\sin^2 \theta + 2 \sin \theta \cos \theta + \cos^2 \theta = t^2$ $\therefore \sin \theta \cos \theta = \frac{t^2 - 1}{2}$
問2	$\sin \theta + \cos \theta = \sqrt{2} \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right)$ $0 \leq \theta \leq \pi$ より、 $\frac{\pi}{4} \leq \theta + \frac{\pi}{4} \leq \frac{5}{4}\pi$ よって、 $-\frac{\sqrt{2}}{2} \leq \sin\left(\theta + \frac{\pi}{4}\right) \leq 1$ $\therefore -1 \leq t \leq \sqrt{2}$
問3	$\begin{aligned} f(\theta) &= \sin \theta + \cos \theta + 2 \sin \theta \cos \theta \\ &= t + 2\left(\frac{t^2 - 1}{2}\right) \\ &= t^2 + t - 1 \\ &= \left(t + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{5}{4} \end{aligned}$ 軸 $t = -\frac{1}{2}$ 、下に凸なので、 $-1 \leq t \leq \sqrt{2}$ より、 $t = \sqrt{2}$ のとき、最大値 $1 + \sqrt{2}$ $t = -\frac{1}{2}$ のとき、最小値 $-\frac{5}{4}$

高校 数学	受験 番号		氏名
----------	----------	--	----

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

問 4	$\sin \theta + \cos \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = a$ の解は、 $f(\theta) = \sin \theta + \cos \theta + 2 \sin \theta \cos \theta = t^2 + t - 1$ と $y = a$ との交点で求めることができる。 また、 $-1 \leq t \leq \sqrt{2}$ のとき、 $\sin \theta + \cos \theta = t$ を満たす θ は、 $-1 \leq t < 1$ 、 $t = \sqrt{2}$ のとき 1 個、 $1 \leq t < \sqrt{2}$ のとき 2 個ある。 よって、 $f(\theta) = a$ の解の個数は

i) $a < -\frac{5}{4}$ のとき、0 個ii) $a = -\frac{5}{4}$ のとき、1 個iii) $-\frac{5}{4} < a \leq -1$ のとき、2 個iv) $-1 < a < 1$ のとき、1 個v) $1 \leq a < 1 + \sqrt{2}$ のとき、2 個vi) $a = 1 + \sqrt{2}$ のとき、1 個vii) $1 + \sqrt{2} < a$ のとき、0 個

高校 数学	受験 番号		氏名
----------	----------	--	----

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

3

20点 (問1 3点、問2 5点、問3(1) 6点、問3(2) 6点)

問1	$\begin{aligned}\overrightarrow{OH} &= \frac{1}{5}(3\overrightarrow{OD} + 2\overrightarrow{OG}) \\ &= \frac{1}{5}\{3(\vec{a} + \vec{b}) + 2(\vec{b} + \vec{c})\} \\ &= \frac{3}{5}\vec{a} + \vec{b} + \frac{2}{5}\vec{c}\end{aligned}$
問2	<p>GH: HD = $t:(1-t)$ とおく $\overrightarrow{OH} = t\overrightarrow{OD} + (1-t)\overrightarrow{OG}$ $= t(\vec{a} + \vec{b}) + (1-t)(\vec{b} + \vec{c})$ $= t\vec{a} + \vec{b} + (1-t)\vec{c}$ $\overrightarrow{OP} = k\overrightarrow{OH}$ とおくと、 $\overrightarrow{OP} = kt\vec{a} + k\vec{b} + k(1-t)\vec{c}$ Pは平面ABC上の点なので、 $kt + k + k(1-t) = 1$ より、 $k = \frac{1}{2}$ よって、 $OP:PH = 1:1$ より、 PはOHの中点である。</p>
問3 (1)	$\begin{aligned}\overrightarrow{OH} &= t\vec{a} + \vec{b} + (1-t)\vec{c} \\ &= t(5,0,0) + (0,x,0) + (1-t)\left(0,0,\frac{15}{4}\right) \\ &= \left(5t, x, \frac{15}{4}(1-t)\right) \\ \overrightarrow{AB} &= (-5, x, 0), \quad \overrightarrow{AC} = \left(-5, 0, \frac{15}{4}\right) \\ OH \perp \text{平面ABC} &\text{ より、 } OH \perp AB, OH \perp AC \\ \text{よって、} \quad \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AB} &= -25t + x^2 = 0 \quad \dots \dots \textcircled{1} \\ \overrightarrow{OH} \cdot \overrightarrow{AC} &= -25t + \left(\frac{15}{4}\right)^2 (1-t) = 0 \quad \dots \dots \textcircled{2}\end{aligned}$ <p>②より、 $-25 \times 16t + 15 \times 15(1-t) = 0$ $-16t + 9(1-t) = 0 \quad t = \frac{9}{25}$ ①に代入すると、 $x = \pm 3$ $x > 0$ より $x = 3$</p>

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和 8 年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

問 3 (2)	$\vec{a} = (5,0,0), \vec{b} = (0,3,0), \vec{c} = \left(0,0,\frac{15}{4}\right)$ 立体OABCは、OA=5、OB=3、OC = $\frac{15}{4}$ 、OA⊥OB、OB⊥OC、OC⊥OA の三角錐であるから、 立体OABC の体積は $\frac{5 \times 3}{2} \times \frac{15}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{75}{8}$
	別解 $x = 3, t = \frac{9}{25}$ より、 $\vec{OH} = \left(\frac{9}{5}, 3, \frac{12}{5}\right), \vec{AB} = (-5, 3, 0)$ $\vec{AC} = \left(-5, 0, \frac{15}{4}\right)$ $ \vec{OH} = \sqrt{\frac{81 + 9 \times 25 + 144}{25}} = \sqrt{\frac{450}{25}} = 3\sqrt{2}$ $ \vec{OP} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$ $ \vec{AB} = \sqrt{34}, \vec{AC} = \sqrt{\frac{625}{16}} = \frac{25}{4}, \vec{AB} \cdot \vec{AC} = 25$ $\triangle ABC = \frac{1}{2} \sqrt{\left(\sqrt{34} \cdot \frac{25}{4}\right)^2 - (25)^2} = \frac{75}{8}\sqrt{2}$ よって、立体 OABC の体積は、 $\frac{1}{3} \times \frac{75}{8}\sqrt{2} \times \frac{3\sqrt{2}}{2} = \frac{75}{8}$

高校 数学	受験 番号		氏名
----------	----------	--	----

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

4

20点 (問1 4点、問2 6点、問3 4点、問4 6点)

問1	$a_2 + b_2i = (3 + 2i)a_1 - 2(1 + i)b_1$ $a_2 + b_2i = 5 + 4i$ $a_2, b_2 \text{ は実数なので、}$ $a_2 = 5, b_2 = 4$
問2	$a_{n+1} + b_{n+1}i = (3 + 2i)a_n - 2(1 + i)b_n$ $a_{n+1} + b_{n+1}i = (3a_n - 2b_n) + (2a_n - 2b_n)i$ $a_{n+1}, b_{n+1}, 3a_n - 2b_n, 2a_n - 2b_n \text{ は実数なので、}$ $\begin{cases} a_{n+1} = 3a_n - 2b_n \dots \textcircled{1} \\ b_{n+1} = 2a_n - 2b_n \dots \textcircled{2} \end{cases}$ <p>①より、$b_n = \frac{-a_{n+1} + 3a_n}{2}$ よって、$b_{n+1} = \frac{-a_{n+2} + 3a_{n+1}}{2}$</p> <p>②に代入すると</p> $\frac{-a_{n+2} + 3a_{n+1}}{2} = 2a_n - 2\left(\frac{-a_{n+1} + 3a_n}{2}\right)$ $a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 0$ $\therefore p = -1, q = -2$
問3	$a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 0 \text{ より、}$ $a_{n+2} + a_{n+1} = 2(a_{n+1} + a_n)$ $C_{n+1} = 2C_n$ $\{C_n\} \text{ は公比 } 2, C_1 = a_2 + a_1 = 6 \text{ の等比数列なので}$ $C_n = 6 \cdot 2^{n-1} = 3 \cdot 2^n$
問4	$a_{n+2} - a_{n+1} - 2a_n = 0 \text{ より、}$ $a_{n+2} - 2a_{n+1} = -(a_{n+1} - 2a_n)$ $a_{n+1} - 2a_n = (a_2 - 2a_1)(-1)^{n-1} = 3 \cdot (-1)^{n-1}$ <p>よって、</p> $\begin{cases} a_{n+1} + a_n = 3 \cdot 2^n \dots \textcircled{1} \\ a_{n+1} - 2a_n = 3 \cdot (-1)^{n-1} \dots \textcircled{2} \end{cases}$ <p>①、②より、</p> $a_n = \frac{3 \cdot 2^n - 3 \cdot (-1)^{n-1}}{3} = 2^n - (-1)^{n-1} = 2^n + (-1)^n$ $b_n = \frac{-a_{n+1} + 3a_n}{2} = \frac{-\{2^{n+1} + (-1)^{n+1}\} + 3\{2^n + (-1)^n\}}{2}$ $= 2^{n-1} - 2(-1)^{n-1}$

高校 数学	受験 番号		氏名	
----------	----------	--	----	--

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

5

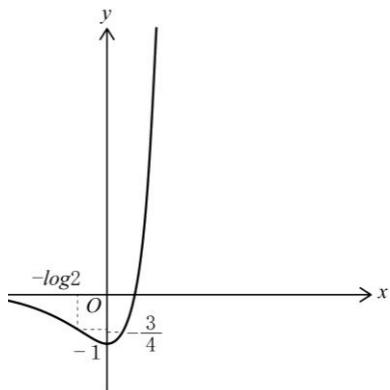
20点 (問1 3点、問2 3点、問3 3点、問4 7点、問5 4点)

問1	$y = e^x$ とおき、両辺の自然対数をとると、 $\log y = \log e^x$ $\log y = x \log e$ 両辺を x で微分すると、 $\frac{y'}{y} = 1 \quad \therefore y' = y = e^x$																								
問2	$e^{2x} - 2e^x = e^x - 2$ $e^{2x} - 3e^x + 2 = 0$ $(e^x - 2)(e^x - 1) = 0$ $e^x = 2, 1$ $x = \log 2, 0$ $\log 2 > \log 1 = 0, \alpha < \beta$ より、 $\alpha = 0, \beta = \log 2$																								
問3	$f(x) - g(x) = e^{2x} - 2e^x - (e^x - 2)$ $= (e^x - 2)(e^x - 1)$ 0 < $x < \log 2$ のとき、 $1 < e^x < 2$ よって、 $(e^x - 2)(e^x - 1) < 0$ $\therefore f(x) < g(x)$																								
問4	$f(x) = e^{2x} - 2e^x$ $f'(x) = 2e^{2x} - 2e^x = 2e^x(e^x - 1)$ $f''(x) = 4e^{2x} - 2e^x = 4e^x\left(e^x - \frac{1}{2}\right)$ よって、次の増減表を得る。 <table border="1" style="margin-left: 20px;"> <tr> <td>x</td> <td>...</td> <td>$-\log 2$</td> <td>...</td> <td>0</td> <td>...</td> </tr> <tr> <td>$f'(x)$</td> <td>−</td> <td></td> <td>−</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f''(x)$</td> <td>−</td> <td>0</td> <td>+</td> <td></td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$f(x)$</td> <td>↙</td> <td>$-\frac{3}{4}$</td> <td>↘</td> <td>−1</td> <td>↗</td> </tr> </table> $\lim_{x \rightarrow -\infty} (e^{2x} - 2e^x) = 0$ より、 $y = 0$ は漸近線 $\lim_{x \rightarrow \infty} (e^{2x} - 2e^x) = \lim_{x \rightarrow \infty} e^{2x} \left(1 - \frac{2}{e^x}\right)$ $= \infty$	x	...	$-\log 2$...	0	...	$f'(x)$	−		−	0	+	$f''(x)$	−	0	+		+	$f(x)$	↙	$-\frac{3}{4}$	↘	−1	↗
x	...	$-\log 2$...	0	...																				
$f'(x)$	−		−	0	+																				
$f''(x)$	−	0	+		+																				
$f(x)$	↙	$-\frac{3}{4}$	↘	−1	↗																				

高校 数学	受験 番号		氏名
----------	----------	--	----

令和8年度長崎県公立学校教員採用選考試験解答用紙

問4



問5

求める面積を S とすると、

$$S = - \int_0^{\log 2} (e^{2x} - 3e^x + 2) dx$$

$$= - \left[\frac{1}{2} e^{2x} - 3e^x + 2x \right]_0^{\log 2}$$

$$= - \left\{ \frac{1}{2} \times 2^2 - 3 \times 2 + 2 \log 2 - \left(\frac{1}{2} - 3 \right) \right\}$$

$$= - \left(2 - 6 + 2 \log 2 + \frac{5}{2} \right)$$

$$= \frac{3}{2} - 2 \log 2$$