令和８年度採用
山梨県公立学校教員選考検査

高等学校・数学　問題

「**始め**」という合図があるまで，このページ以外のところを見てはいけません。

注　　意

1　この問題は**５問４ページ**で，時間は**60分**です。

2　解答用紙は，**別紙**で配付します。「**始め**」の合図で始めてください。

3　**解答**は，それぞれの問題の指示に従って**解答用紙**に記入してください。

4　「**やめ**」の合図があったら，すぐやめて係の指示に従ってください。

5　**解答用紙を持ち出してはいけません。**

令和８年度採用　山梨県公立学校教員選考検査

高等学校 数学

$\boxed{1}$　高等学校学習指導要領（平成 30 年告示）数学について，次の（１），（２）の問いに答えよ。

（１）　次の文章は数学「第２款 各科目 第５ 数学Ｂ １ 目標」を示したものである。文中の ① ～⑤ に当てはまる語句を，下の【語群】からそれぞれ一つ選び，記せ。

> 第５ 数学Ｂ　１　目標
> 数学的な見方・考え方を働かせ，数学的活動を通して，数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。
> (1) 数列，統計的な推測についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに，数学と（ ① ）との関わりについて認識を深め，事象を数学化したり，数学的に解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
> (2) （ ② ）な変化の規則性に着目し，事象を数学的に表現し考察する力，（ ③ ）や標本分布の性質に着目し，（ ④ ）の傾向を推測し判断したり，標本調査の方法や結果を（ ⑤ ）に考察したりする力，日常の事象や社会の事象を数学化し，問題を解決したり，解決の過程や結果を振り返って考察したりする力を養う。
> (3) 数学のよさを認識し数学を活用しようとする態度，粘り強く柔軟に考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度，問題解決の過程を振り返って考察を深めたり，評価・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

【語群】

大域的性質	母集団	相関係数	探究的	批判的	散布図
社会生活	数理的	確率分布	離散的	人間の活動	グラフ

（２）　（１）の文章中の下線部の数列の内容を扱う授業において，次のような等式の証明問題を生徒に示す。この証明問題の数学的帰納法を用いた証明過程を記述せよ。また，この証明問題を題材に数学的帰納法を指導する際に特に留意すべきポイントをそれぞれ解答欄の指定された場所に記せ。

> 【問題】
>
> すべての自然数 n について
>
> 等式　$1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\cdots\cdots+n\cdot n!=(n+1)!-1$
>
> が成り立つことを証明せよ。

2　下の【問題】に対して，Ｙさんは次のように解答した。次の（１），（２）の問いに答えよ。

【問題】

３枚のコインを投げるとき，表が１枚だけ出る確率を求めよ。

ただし，この３枚のコインは，投げたとき表が出るか裏が出るかは同様に確からしいものとする。

Ｙさんの解答

３枚のコインの表・裏の出方は，

[1] 表が３枚で裏が０枚，[2] 表が２枚で裏が１枚，

[3] 表が１枚で裏が２枚，[4] 表が０枚で裏が３枚

の４通りであるから，求める確率は $\dfrac{1}{4}$ である。

（１）　Ｙさんが示した解答には誤りがある。この【問題】の正しい解答を記せ。

（２）　Ｙさんに対して解答の誤りを指摘し，指導する際に留意すべきポイントを記せ。

3 実数上で定義された x の関数 $f(x)$ は $x=a$ において微分可能である。
このとき,次の（1），（2）に答えよ。

（1） 関数 $f(x)$ が $x=a$ で連続であることを示せ。

（2） 次の極限値を a, $f(a)$, $f'(a)$ を用いて表せ。

$$\lim_{x \to a} \frac{\{a f(x)\}^2 - \{x f(a)\}^2}{x-a}$$

4 連立不等式 $x-y+2 \geqq 0$, $2x+y-8 \leqq 0$, $x+2y-4 \geqq 0$ の表す領域を D とする。
点 (x, y) が領域 D 上を動くとき，次の（1），（2）の問いに答えよ。

（1） $\dfrac{y-5}{x+1}$ の最大値，およびそのときの x, y の値を求めよ。

（2） x^2+y^2 の最小値，およびそのときの x, y の値を求めよ。

5 曲線 $y=\cos x \left(0 \leqq x \leqq \dfrac{\pi}{2}\right)$ のグラフと，x 軸および y 軸に囲まれた部分を T とする。このとき，次の（1），（2）の問いに答えよ。

（1） T を x 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V_x を求めよ。

（2） T を y 軸の周りに1回転させてできる立体の体積 V_y を求めよ。

※ 印のところは記入しない

受検番号		氏名		※

切り取らないこと

令和８年度採用　山梨県公立学校教員選考検査

※

高等学校　数学　解答例

1（30点）

（１）

①	社会生活	②	離散的	③	確率分布	④	母集団	⑤	批判的

（２）

【証明過程】

$1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\cdots\cdots+n\cdot n!=(n+1)!-1$　… ①

（ⅰ）$n=1$ のとき

①の（左辺）$=1\cdot1!=1$　　①の（右辺）$=(1+1)!-1=1$

よって $n=1$ のとき①は成り立つ

（ⅱ）$n=k$ のとき①が成り立つ，すなわち

$$1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\cdots\cdots+k\cdot k!=(k+1)!-1$$

が成り立つと仮定すると，$n=k+1$ のときの①の左辺は

$$\begin{aligned}&1\cdot1!+2\cdot2!+3\cdot3!+\cdots\cdots+k\cdot k!+(k+1)(k+1)!\\&=\{(k+1)!-1\}+(k+1)(k+1)!\quad(\because \text{仮定より})\\&=\{1+(k+1)\}(k+1)!-1\\&=(k+2)!-1\end{aligned}$$

$n=k+1$ のときの①の右辺は　$(k+2)!-1$

よって，$n=k+1$ のときにも①は成り立つ。

（ⅰ），（ⅱ）から，すべての自然数 n について ① は成り立つ。

【留意すべきポイント】

数学的帰納法を指導する際には，数学的帰納法による証明の仕組みを理解し，その上で，証明の書き方を指導することに留意する必要がある。

この問題では，

・$n=1$ のときに ①の左辺の式の値と①の右辺の式の値をそれぞれ計算し，等しくなることを述べている

・$n=k$ のとき①が成り立つと仮定すると，$n=k+1$ のときも①の式がどのように表せるか理解している
また，$n=k$ のときの①の等式を論証過程において用いている

・すべての自然数 n について①が成り立つこと（結論）についての記載が書かれている　など

2（20点）

（１）

【正しい解答】

３枚のコインを Ａ，Ｂ，Ｃ とする。　表を お，裏を う と表記する。

［1］表が３ 枚で裏が０ 枚　（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝（お，お，お）

［2］表が２ 枚で裏が１ 枚　（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝（お，お，う），（お，う，お），（う，お，お）

［3］表が１ 枚で裏が２ 枚　（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝（お，う，う），（う，お，う），（う，う，お）

［4］表が０ 枚で裏が３ 枚　（Ａ，Ｂ，Ｃ）＝（う，う，う）

であるから，３枚のコインを投げたとき，コインの出方は８通りある。

そのうち，表が１枚だけでるのは［3］の３通りであるから，求める確率は $\dfrac{3}{8}$

（２）

【誤り】

・Ｙさんの解答では根元事象が同様に確からしいとは考えることができない

【留意すべきポイント】

・この問題においてはすべての根元事象を明らかにし，それらの根元事象が同様に確からしいとして解答しなければならない。そのためには，３枚のコインを区別して考えることを理解する必要がある。授業においては，根元事象をすべて書き上げる活動やコンピュータを活用したシュミレーションなどを通して理解させていく。

（裏面につづく）

3
15 点

(1)

関数$f(x)$ が $x=a$ で微分可能であることを用いて $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ を示す。

$f(x)$ が $x=a$ で微分可能であるから，$f'(a)$ が存在して

$$\lim_{x\to a}\{f(x)-f(a)\} = \lim_{x\to a}\left\{\frac{f(x)-f(a)}{x-a}\cdot(x-a)\right\} = f'(a)\cdot 0 = 0$$

よって $\lim_{x\to a} f(x) = f(a)$ ゆえに，$f(x)$ は $x=a$ で連続である。

(2)

$$\lim_{x\to a}\frac{\{a f(x)\}^2-\{x f(a)\}^2}{x-a}$$

$$=\lim_{x\to a}\frac{\{a f(x)+x f(a)\}\{a f(x)-x f(a)\}}{x-a}$$

$$=\lim_{x\to a}\left[\{a f(x)+x f(a)\}\cdot\frac{\{a f(x)-x f(a)\}}{x-a}\right]$$

$$=\lim_{x\to a}\left[\{a f(x)+x f(a)\}\times\frac{a f(x)-a f(a)+a f(a)-x f(a)}{x-a}\right]$$

$$=\lim_{x\to a}\left[\{a f(x)+x f(a)\}\left\{a\cdot\frac{f(x)-f(a)}{x-a}-f(a)\right\}\right]$$

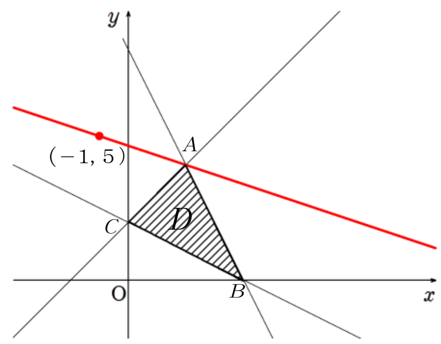
$$=2a f(a)\{a f'(a)-f(a)\}$$

4
15 点

(1)

３直線 $x-y+2=0,\ 2x+y-8=0,\ x+2y-4=0$ の交点を$A(2,4),\ B(4,0),\ C(0,2)$とする。

連立不等式の表す領域 D は右の図の斜線部分であり，境界線を含む。



$\dfrac{y-5}{x+1}=k$ とおくと，$y-5=k(x+1)$ ･･･①

①は点（−１，５）を通り，傾き k の直線を表す。

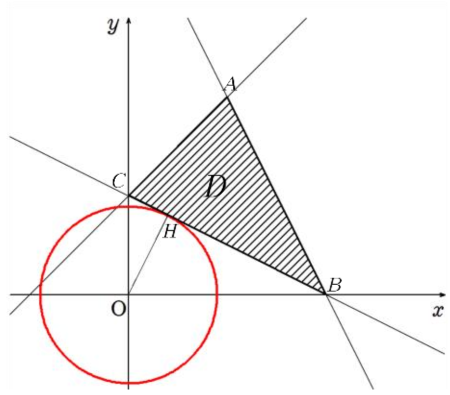
ただし$x=-1$ の直線は除く。求めたいのは直線①が領域 D と共有点をもつときの k の最大値であるから，

$A(2,4)$を通るときである。したがって，k の最大値は $\dfrac{4-5}{2+1}=-\dfrac{1}{3}$

すなわち，$\dfrac{y-5}{x+1}$ は $x=2,\ y=4$ のとき 最大値 $-\dfrac{1}{3}$ をとる。

(2)

連立不等式が表す領域 D は右の図の斜線部分であり，境界線を含む。



$x^2+y^2=l\ \ (l>0)$ ･･･② とおくと，②は原点が中心の半径$\sqrt{l}$ の円を表す。

よって， 求める最小値については領域 D と円②の共有点を調べる。

円②が直線BC に接するときに半径$\sqrt{l}$ は最小値となり，l も最小となる。円②と直線 BC の接点を H とすると，$OH=\sqrt{l}=\dfrac{|-4|}{\sqrt{1^2+2^2}}=\dfrac{4}{\sqrt{5}}$

となる。よって l の最小値は $\dfrac{16}{5}$ となる。点Hは直線 OH：$y=2x$ と

直線 BC：$x+2y-4=0$ の交点は $\left(\dfrac{4}{5},\dfrac{8}{5}\right)$ である。

したがって，x^2+y^2 は $x=\dfrac{4}{5},\ y=\dfrac{8}{5}$ のとき 最小値 $\dfrac{16}{5}$ をとる。

5
20 点

(1)

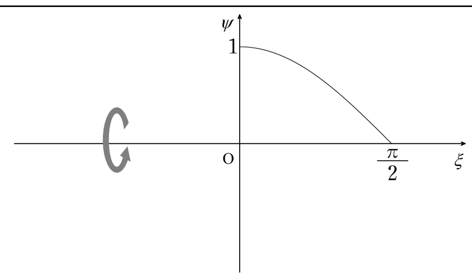
$$V_x=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\pi y^2dx$$

$$=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\cos^2x\,dx$$

$$=\pi\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{1+\cos2x}{2}\,dx$$

$$=\pi\left[\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}\sin2x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}$$

$$=\pi\left\{\left(\frac{\pi}{4}+0\right)-(0+0)\right\}=\frac{\pi^2}{4}$$



(2)

$y=\cos x$

y	0	$\to$	1
x	$\frac{\pi}{2}$	$\to$	0

$\dfrac{dy}{dx}=-\sin x\quad dy=-\sin x\,dx$

$$V_y=\int_0^1\pi x^2dy=\int_{\frac{\pi}{2}}^0\pi x^2(-\sin x)dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(-\cos x)'\cdot\pi x^2\,dx=\left[-\cos x\cdot\pi x^2\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}(-\cos x)\cdot2\pi x dx$$

$$=\int_0^{\frac{\pi}{2}}(\sin x)'\cdot2\pi x dx=\left[\sin x\cdot2\pi x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}-\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sin x\cdot2\pi dx=\pi^2+\left[2\pi\cos x\right]_0^{\frac{\pi}{2}}=\pi^2-2\pi$$