令和５年度　公立学校教員採用候補者選考試験問題

数　学

注意　答はすべて解答用紙の解答欄に記入すること。
第３問題以降は解法の過程も書くこと。

第１問題　次の文は、中学校学習指導要領（平成29年告示）「第２章 第３節 数学」及び高等学校学習指導要領（平成30年告示）「第２章 第４節 数学」において、数学科の目標について述べたものである。中学校・特別支援学校受験者はⅠ、高等学校受験者はⅡの文を読み、［ア］～［カ］にあてはまる語句を答えよ。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

数学的な［ア］を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

(1) 数量や図形などについての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を［イ］したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

(2) 数学を活用して事象を［ウ］に考察する力、数量や図形などの性質を見いだし［エ］・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

(3) 数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、［オ］の過程を振り返って［カ］・改善しようとする態度を養う。

Ⅱ［高等学校受験者］

数学的な［ア］を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

(1) 数学における基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を［イ］したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。

(2) 数学を活用して事象を［ウ］に考察する力、事象の本質や他の事象との関係を認識し［エ］・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。

(3) 数学のよさを認識し積極的に数学を活用しようとする態度、粘り強く考え数学的論拠に基づいて判断しようとする態度、［オ］の過程を振り返って考察を深めたり、［カ］・改善したりしようとする態度や創造性の基礎を養う。

2025 kyosai-guild.jp

第2問題　次の問に答えよ。

問1　箱の中にたくさんの白玉が入っている。この箱に赤玉を300個入れてよくかき混ぜ、箱から50個の玉を取り出したところ、赤玉の個数は15個であった。はじめに箱に入っていた白玉は、およそ何個であると考えられるか、個数を求めよ。

問2　図1の点A、B、C、D、E、F、G、Hは、円周を8等分する点である。線分AFと線分BHの交点をPとするとき、∠BPFの大きさを求めよ。

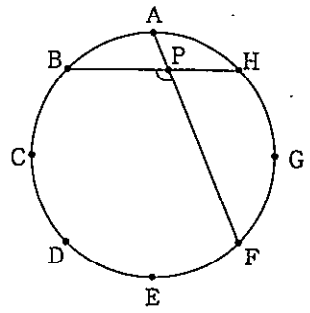


図1

問3　2次関数 $y=2x^2-ax-4$ のグラフが、$-1<x<3$ の範囲で x 軸との共有点を2個もつように、定数 a の値を定める。定数 a が整数であるとき、a の値をすべて求めよ。

問4　$0 \leqq \theta \leqq \frac{\pi}{2}$ のとき、関数 $y=\sqrt{3}\sin\theta\cos\theta+\cos^2\theta$ の最大値と最小値を求めよ。

問5　数列 $1,\ 1+2,\ 1+2+2^2,\ 1+2+2^2+2^3,\ \cdots\cdots$ の一般項および初項から第 n 項までの和を求めよ。

2025 kyosai-guild.jp

次の第３問題、第４問題、第５問題は受験校種別の問題である。
・中学校・特別支援学校受験者はⅠ［中学校・特別支援学校受験者］を解答すること。
・高等学校受験者はⅡ［高等学校受験者］を解答すること。

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第３問題　次の問に答えよ。

問１　中学校第２学年で二等辺三角形の性質について学んだあと、図形の性質について考える。

図２のように、AB＝ACの二等辺三角形ABCにおいて、辺AB、ACの各延長線上に、点D、EをAD＝AEとなるようにとり、線分BEと線分CDとの交点をPとする。

△PBCが二等辺三角形であることを示すとき、中学校第２学年の学習内容をふまえて証明を記せ。

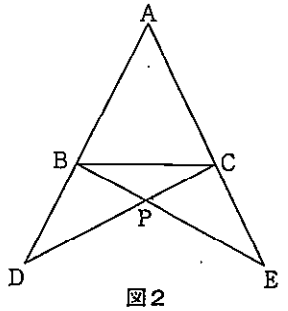


図２

問２　中学校第２学年で箱ひげ図について学んだあと、箱ひげ図から読み取れることについて考える。

図３は、男子８人、女子８人の合わせて16人のクラス全体の50m走の記録と、そのクラスの男子８人の50m走の記録を箱ひげ図にしたものである。

図３の箱ひげ図をみて、ある生徒が「50m走の記録が8.0秒以上8.2秒以下に女子は２人いることがわかります。」と発言した。箱ひげ図から読み取れることとして、この生徒の発言は必ず正しいといえるか答えよ。また、その理由を記せ。

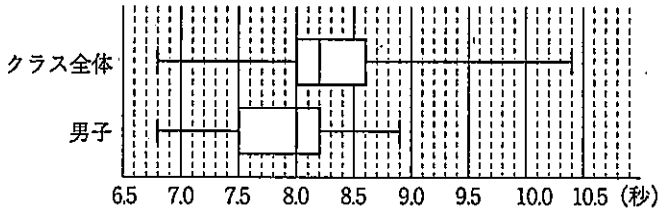


図３

第４問題　図４のように、関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと関数 $y=x+3$ のグラフとの交点をx座標が小さい方から順にA、Bとするとき、次の問に答えよ。

問１　△OABの面積を求めよ。

問２　関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフ上にあり、△OAB＝△PABとなる点Pの座標をすべて求めよ。ただし、点Pは原点とは異なる点とする。

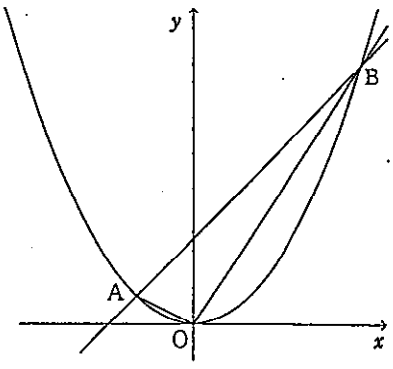


図４

2025 kyosai-guild.jp

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第5問題　図5のように、1辺の長さが12の正五角形ABCDEの対角線ACと対角線BEの交点をPとするとき、次の問に答えよ。

問1　△ABE ∽ △PAB であることを証明し、正五角形 ABCDE の対角線の長さを求めよ。

問2　正五角形 ABCDE の面積は△PAB の面積の何倍か、求めよ。

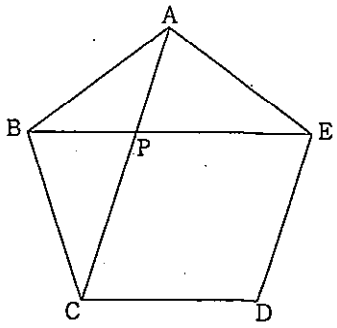


図5

2025 kyosai-guild.jp

Ⅱ［高等学校受験者］

第3問題　次の問に答えよ。

問1　数学Ⅰ「数と式（無理数の四則計算）」で学習した次の［問題1］を、数学Ⅱ「いろいろな式（多項式の除法）」の学習でもう一度扱うことにした。多項式の除法を利用した解法で、生徒に示す解答を記せ。

［問題1］　$x=1+\sqrt{5}$ のとき、x^3-x^2-6x+1 の値を求めよ。

問2　次の［問題2］に対し、生徒が【答案】を作成した。この生徒の考え方の誤りを指摘し、生徒に示す正しい解答を記せ。

［問題2］　1から6までの番号を1つずつ書いた6枚のカードがあり、
その中から3枚を選んで左から順に並べるとき、
一番左が1または一番右が3になる確率を求めよ。

【答案】　一番左が1になる確率は $\frac{{}_5P_2}{{}_6P_3}$、一番右が3になる確率は $\frac{{}_5P_2}{{}_6P_3}$
よって、求める確率は、$\frac{{}_5P_2}{{}_6P_3}+\frac{{}_5P_2}{{}_6P_3}=\frac{1}{6}\times 2=\frac{1}{3}$

第4問題　図6のような直方体OADB−CEFGがあり、OA＝1、OB＝3、OC＝2である。
辺EFを $s:(1-s)$ に内分する点をP、辺GCを $t:(1-t)$ に内分する点をQとする。
このとき、次の問に答えよ。

問1　CD ⊥△OPQ であるとき、s、t の値をそれぞれ求めよ。

問2　問1のとき、対角線CDと平面OPQの交点をHとして、CH：HDを求めよ。

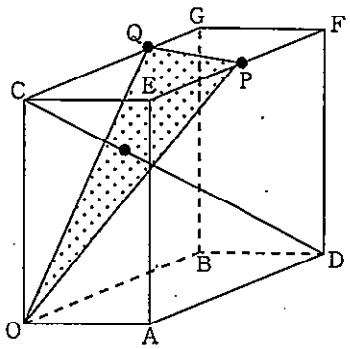


図6

第5問題　実数全体で定義された関数 $f(x)=\frac{|x+a|}{x^2+2a+1}$ について、次の問に答えよ。ただし、a は正の定数とする。

問1　$f(x)$ が $x=-a$ で微分可能であるかどうかを調べよ。

問2　$f(x)$ の最大値および最小値を求めよ。

2025 kyosai-guild.jp

令和５年度　解 答 例

数　学

Ⅰ、Ⅱのどちらかに○をつけること。

□ Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］
□ Ⅱ［高等学校受験者］

第１問題

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

ア	見方・考え方 (2点)	イ	数学化 (2点)	ウ	論理的 (2点)
エ	統合的 (2点)	オ	問題解決 (2点)	カ	評価 (2点)

Ⅱ［高等学校受験者］

ア	見方・考え方 (2点)	イ	数学化 (2点)	ウ	論理的 (2点)
エ	統合的 (2点)	オ	問題解決 (2点)	カ	評価 (2点)

第２問題

問１	（およそ）700（個） (5点)	
問２	112.5（度） (5点)	
問３	$(a=)\ 3,\ 4$ (6点)	
問４	最大値 $\frac{3}{2}$	最小値 0 (各3点)
問５	一般項 2^n-1	和 $2^{n+1}-n-2$ (各3点)

2025 kyosai-guild.jp

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第３問題

問１

△ ABE と△ ACD で、
仮定より
　AB = AC　…①
　AE = AD　…②
∠ A は共通だから
　∠ BAE =∠ CAD　…③
①、②、③から、２組の辺とその間の角がそれぞれ等しいので
　△ ABE ≡△ ACD
合同な図形では対応する角が等しいので
　∠ ABE =∠ ACD　…④
また、二等辺三角形 ABC の２つの底角は等しいので
　∠ ABC =∠ ACB　…⑤
ここで、
　∠ PBC =∠ ABE −∠ ABC
　∠ PCB =∠ ACD −∠ ACB
よって、④と⑤から
　∠ PBC =∠ PCB
したがって、２つの角が等しいから△ PBC は二等辺三角形である。

（10点）

問２

（生徒の発言について）
　生徒の発言は必ず正しいとは言えない。

（理由）
　男子のうち、値の小さいほうから数えて、３番目から５番目が 8.0 秒、６番目と７番目が 8.2 秒で、クラス全体のうち、値の小さいほうから数えて、３番目から７番目が 8.0 秒、８番目から 11 番目が 8.2 秒のとき、クラス全体では 8.0 秒以上 8.2 秒以下に９人で、そのうち男子は５人であり、女子が４人となるような場合があるから。

（10点）

2025 kyosai-guild.jp

Ⅰ［中学校・特別支援学校受験者］

第４問題

問１

関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフと関数 $y=x+3$ のグラフの交点は

$$\frac{1}{4}x^2=x+3$$

$$x^2-4x-12=0$$

$$(x+2)(x-6)=0$$

$$x=-2,\ 6$$

より、A$(-2,\ 1)$、B$(6,\ 9)$ となる。

したがって、直線 AB と y 軸との交点を C とすると、C$(0,\ 3)$ であり

$\triangle OAB=\triangle OCA+\triangle OCB=\frac{1}{2}\times 3\times 2+\frac{1}{2}\times 3\times 6=12$　より

$\triangle OAB=12$　となる。

（10点）

問２

点Oを通り、２点A、Bを通る直線と平行な直線を ℓ としたとき、

直線 ℓ と関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフとの交点をPとすると、AB$/\!/\ell$ より$\triangle OAB=\triangle PAB$ となる。

よって $\ell: y=x$ より連立方程式 $\begin{cases} y=\frac{1}{4}x^2 \\ y=x \end{cases}$ を解くと、$(x,\ y)=(0,\ 0),\ (4,\ 4)$

点Pは点Oとは異なるのでP$(4,\ 4)$

また、点 $(0,\ 6)$ を通り、２点A、Bを通る直線と平行な直線を m としたとき、

直線 m と関数 $y=\frac{1}{4}x^2$ のグラフの交点をPとすると、AB$/\!/m$ より$\triangle OAB=\triangle PAB$ となる。

よって $m: y=x+6$ より連立方程式 $\begin{cases} y=\frac{1}{4}x^2 \\ y=x+6 \end{cases}$ を解くと、

$(x,\ y)=(2\pm 2\sqrt{7},\ 8\pm 2\sqrt{7})$（複号同順）

よって、P$(2\pm 2\sqrt{7},\ 8\pm 2\sqrt{7})$（複号同順）

したがってP$(4,\ 4)$、$(2\pm 2\sqrt{7},\ 8\pm 2\sqrt{7})$（複号同順）

（10点）

2025 kyosai-guild.jp

Ⅰ〔中学校・特別支援学校受験者〕

第５問題

問１

正五角形の１つの内角の大きさは、$180° \times 3 \div 5 = 108°$ であり、
△ABE は二等辺三角形であるから、$\angle AEB = \angle ABE = (180° - 108°) \div 2 = 36°$　…①
同様に、△BCA で $\angle BAC = \angle BCA = (180° - 108°) \div 2 = 36°$　…②
△ABE と△PAB で、
①と②より
$\angle AEB = \angle PBA = 36°$　…③
$\angle ABE = \angle PAB = 36°$　…④
③、④から、２組の角がそれぞれ等しいので
△ABE ∽ △PAB
相似な図形では対応する辺の比が等しいので
AB：PA = BE：AB　…⑤
正五角形 ABCDE の対角線の長さを x とすると、△PAB は底角が 36° で等しい二等辺三角形、
△EAP は底角が 72° で等しい二等辺三角形であるから、
$PA = PB = BE - PE = BE - EA = x - 12$ となり、
⑤より、$12 : (x - 12) = x : 12$
すなわち、$x(x - 12) = 144$
この二次方程式を解くと、$x = 6 \pm 6\sqrt{5}$
$x > 0$ より $x = 6 + 6\sqrt{5}$
よって、対角線の長さは $6 + 6\sqrt{5}$

(10点)

問２

問１より、△ABE ∽ △PAB であり、
その相似比は $(6 + 6\sqrt{5}) : 12 = (1 + \sqrt{5}) : 2$ となる。
よって、$\triangle ABE : \triangle PAB = (1 + \sqrt{5})^2 : 2^2$

$$= \frac{3 + \sqrt{5}}{2} : 1$$

△PABの面積を S とすると、$\triangle ABE = \frac{3 + \sqrt{5}}{2} S$ と表せる。
ここで、△ABE、△BCA、△PCE、△DECはいずれも二等辺三角形であり、
２つの底角が 36° で、２つの底角を両端とする辺が $(6 + 6\sqrt{5})$ cm なので
△ABE ≡ △BCA ≡ △PCE ≡ △DEC　となる。
よって、正五角形 ABCDE $= 4 \times \triangle ABE - \triangle PAB$

$$= 4 \times \frac{3 + \sqrt{5}}{2} S - S$$

$$= (5 + 2\sqrt{5}) S$$

したがって、正五角形の面積は△PAB の $(5 + 2\sqrt{5})$ 倍である。

(10点)

2025 kyosai-guild.jp

Ⅱ［高等学校受験者］

第3問題

問1

$x=1+\sqrt{5}$ より　$x-1=\sqrt{5}$

両辺2乗して　$(x-1)^2=5$

$x^2-2x-4=0$

また、右の計算から

$x^3-x^2-6x+1=(x^2-2x-4)(x+1)+5$

$x=1+\sqrt{5}$ のとき　$x^2-2x-4=0$ だから

$x^3-x^2-6x+1=5$

$$\begin{array}{r} x+1 \\ x^2-2x-4\overline{)\,x^3-x^2-6x+1} \\ x^3-2x^2-4x \\ \hline x^2-2x+1 \\ x^2-2x-4 \\ \hline 5 \end{array}$$

（１０点）

問2

【誤り】　一番左が1である事象には一番右が3である場合が、
一番右が3である事象には一番左が1である場合が含まれているが、
生徒は２つの事象が互いに排反であると考えていることが誤りである。

【正解】　一番左が1である事象をA、一番右が3である事象をBとすると、A∩Bは一番左が1で一番右が3である事象である。

３つの数字の並べ方の総数は ${}_6P_3$ であり、$n(A)={}_5P_2$、$n(B)={}_5P_2$、$n(A\cap B)={}_4P_1$ であるから、求める確率は

$$P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$$
$$=\frac{{}_5P_2}{{}_6P_3}+\frac{{}_5P_2}{{}_6P_3}-\frac{{}_4P_1}{{}_6P_3}$$
$$=\frac{1}{6}\times 2-\frac{1}{30}$$
$$=\frac{3}{10}$$

（１０点）

2025 kyosai-guild.jp

Ⅱ［高等学校受験者］

第4問題

問1

$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$、$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$、$\overrightarrow{OC}=\vec{c}$ とすると、$|\vec{a}|=1$、$|\vec{b}|=3$、$|\vec{c}|=2$、

$\overrightarrow{OP}=\vec{a}+s\vec{b}+\vec{c}$、$\overrightarrow{OQ}=(1-t)\vec{b}+\vec{c}$、$\overrightarrow{CD}=\vec{a}+\vec{b}-\vec{c}$

CD⊥△OPQ であるから　$\begin{cases}\overrightarrow{CD}\perp\overrightarrow{OP}\\ \overrightarrow{CD}\perp\overrightarrow{OQ}\end{cases}$ より $\begin{cases}\overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{OP}=0\\ \overrightarrow{CD}\cdot\overrightarrow{OQ}=0\end{cases}$

よって $\begin{cases}(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})\cdot(\vec{a}+s\vec{b}+\vec{c})=0 & \cdots①\\ (\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})\cdot\{(1-t)\vec{b}+\vec{c}\}=0 & \cdots②\end{cases}$

ここで、$\overrightarrow{OA}\perp\overrightarrow{OB}$、$\overrightarrow{OB}\perp\overrightarrow{OC}$、$\overrightarrow{OC}\perp\overrightarrow{OA}$ より

$\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{b}\cdot\vec{c}=\vec{c}\cdot\vec{a}=0$　…③

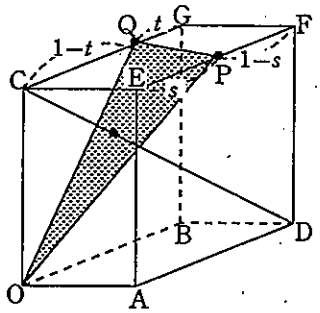
①、③より　$|\vec{a}|^2+s|\vec{b}|^2-|\vec{c}|=0$

$1+9s-4=0$　より　$s=\frac{1}{3}$、

②、③より　$(1-t)|\vec{b}|^2-|\vec{c}|^2=0$

$9(1-t)-4=0$　より　$t=\frac{5}{9}$

以上より、$s=\frac{1}{3}$、$t=\frac{5}{9}$



（１０点）

問2

問1のとき、$\overrightarrow{OP}=\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\vec{c}$、$\overrightarrow{OQ}=\frac{4}{9}\vec{b}+\vec{c}$

点Hは線分CD上にあるから　$\overrightarrow{CH}=k\overrightarrow{CD}$　（kは実数）とおける。

よって　$\overrightarrow{OH}=\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{CH}=\vec{c}+k(\vec{a}+\vec{b}-\vec{c})=k\vec{a}+k\vec{b}+(1-k)\vec{c}$　…④

また、点Hは平面OPQ上にあるから　$\overrightarrow{OH}=m\overrightarrow{OP}+n\overrightarrow{OQ}$　（m、nは実数）とおける。

よって　$\overrightarrow{OH}=m\left(\vec{a}+\frac{1}{3}\vec{b}+\vec{c}\right)+n\left(\frac{4}{9}\vec{b}+\vec{c}\right)$

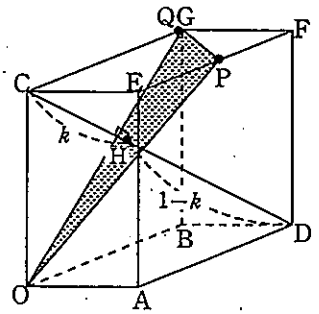
$=m\vec{a}+\left(\frac{1}{3}m+\frac{4}{9}n\right)\vec{b}+(m+n)\vec{c}$　…⑤

4点O、A、B、Cは同一平面上にはないから、④、⑤より

$\begin{cases}k=m\\ k=\frac{1}{3}m+\frac{4}{9}n\\ 1-k=m+n\end{cases}$

これを解いて　$k=\frac{2}{7}$、$m=\frac{2}{7}$、$n=\frac{3}{7}$

よって　$\overrightarrow{CH}=\frac{2}{7}\overrightarrow{CD}$　となるから　CH：HD＝2：5



（１０点）

2025 kyosai-guild.jp

Ⅱ［高等学校受験者］

第5問題

問1

$f(-a)=\dfrac{|-a+a|}{a^2+2a+1}=0$ だから

$x\neq -a$ のとき　$\dfrac{f(x)-f(-a)}{x+a}=\dfrac{\frac{|x+a|}{x^2+2a+1}}{x+a}=\dfrac{|x+a|}{(x+a)(x^2+2a+1)}$

よって　$\lim\limits_{x\to -a+0}\dfrac{f(x)-f(-a)}{x+a}=\lim\limits_{x\to -a+0}\dfrac{x+a}{(x+a)(x^2+2a+1)}=\lim\limits_{x\to -a+0}\dfrac{1}{x^2+2a+1}=\dfrac{1}{a^2+2a+1}$

$\lim\limits_{x\to -a-0}\dfrac{f(x)-f(-a)}{x+a}=\lim\limits_{x\to -a-0}\dfrac{-(x+a)}{(x+a)(x^2+2a+1)}\lim\limits_{x\to -a-0}\dfrac{-1}{x^2+2a+1}=\dfrac{-1}{a^2+2a+1}$　より

$x=-a$ において、右側からの極限と左側からの極限が一致しないから

$f'(-a)$ は存在しない。

つまり、$f(x)$ は $x=-a$ で微分可能でない。

（１０点）

問2

$x>-a$ のとき　$f(x)=\dfrac{x+a}{x^2+2a+1}$　より　$f'(x)=\dfrac{(x^2+2a+1)-(x+a)\cdot 2x}{(x^2+2a+1)^2}=\dfrac{-(x-1)(x+2a+1)}{(x^2+2a+1)^2}$

$x<-a$ のとき　$f(x)=\dfrac{-(x+a)}{x^2+2a+1}$　より　$f'(x)=\dfrac{(x-1)(x+2a+1)}{(x^2+2a+1)^2}$

よって、増減表は下のようになる。

x	$\cdots$	$-2a-1$	$\cdots$	$-a$	$\cdots$	1	$\cdots$
$f'(x)$	$+$	0	$-$	/	$+$	0	$-$
$f(x)$	↗	極大	↘	0	↗	極大	↘

ここで、$f(-2a-1)=\dfrac{(-2a-1)+a}{(-2a-1)^2+2a+1}=\dfrac{1}{2(2a+1)}$、$f(1)=\dfrac{1+a}{1+2a+1}=\dfrac{1}{2}$

$a>0$ であるから　$f(-2a-1)<f(1)$　よって　$x=1$ のとき最大値 $\dfrac{1}{2}$

また、$\lim\limits_{x\to\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{x+a}{x^2+2a+1}=0$、$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{-(x+a)}{x^2+2a+1}=0$　よって　$x=-a$ のとき最小値 0

以上より、$x=1$ のとき最大値 $\dfrac{1}{2}$、$x=-a$ のとき最小値 0

（１０点）

2025 kyosai-guild.jp