

高等学校数学科採点基準

5枚のうち1

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

| 問題番号 |     | 正 答 [例] |                          | 採 点 上 の 注 意              | 配 点                      |    |    |                          |   |
|------|-----|---------|--------------------------|--------------------------|--------------------------|----|----|--------------------------|---|
| 1    | 1   | (1)     | ア 1                      |                          | 2                        | 4  |    |                          |   |
|      |     | (2)     | イ 2                      |                          | 2                        |    |    |                          |   |
|      | 2   | (1)     | ウ 2                      |                          | 6つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  | 8  |                          |   |
|      |     |         | エ 2                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | オ 3                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | カ 3                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | キ 5                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | ク 1                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | (2)     | ケ 4                      |                          | 4つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  |    |                          |   |
|      |     |         | コ 2                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | サ 4                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | シ 3                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      | 3   | (1)     | ス 4                      |                          | 3つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  | 8  |                          |   |
|      |     |         | セ 2                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | ソ 2                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | (2)     | タ 1                      |                          | 3つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  |    |                          |   |
|      |     |         | チ 3                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      | 4   | (1)     | テ 2                      |                          | 3つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  | 16 |                          |   |
|      |     |         | ト 2                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | ナ 2                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | ニ 4                      |                          |                          |    |    | 2つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 2 |
|      |     |         | ヌ 5                      |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     |         | ネ 8                      |                          |                          |    |    | 2つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 2 |
|      |     | ノ 8     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | (2)     | ハ 2                      |                          | 3つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  |    |                          |   |
|      |     |         | ヒ 1                      |                          |                          |    |    |                          |   |
| フ 1  |     |         |                          | 2つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 |                          |    |    | 4                        |   |
| ヘ 1  |     |         |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
| ホ 8  |     |         |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
| 5    |     | マ 1     |                          | 3つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        | 12 |    |                          |   |
|      |     | ミ 1     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | ム 2     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | メ 3     |                          | 4つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        |    |    |                          |   |
|      |     | モ 4     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | ヤ 2     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | ユ 0     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | ヨ 1     |                          | 4つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        |    |    |                          |   |
|      |     | ラ 1     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | リ 3     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
|      |     | ル 6     |                          |                          |                          |    |    |                          |   |
| 6    | レ 3 |         | 2つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        | 4                        |    |    |                          |   |
|      | ロ 7 |         |                          |                          |                          |    |    |                          |   |

1

52

高等学校数学科採点基準

5枚のうち2

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

| 問題番号 |   | 正 答 [例] |   | 採 点 上 の 注 意              | 配 点                      |    |    |   |
|------|---|---------|---|--------------------------|--------------------------|----|----|---|
| 2    | 1 | ア       | 1 | 5つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        | 4  | 16 |   |
|      |   | イ       | 2 |                          |                          |    |    |   |
|      |   | ウ       | 2 |                          |                          |    |    |   |
|      |   | エ       | 4 |                          |                          |    |    |   |
|      |   | オ       | 6 |                          |                          |    |    |   |
|      | 2 | カ       | 1 | 6つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        | 12 |    |   |
|      |   |         | キ |                          |                          |    |    | 3 |
|      |   |         | ク |                          |                          |    |    | 8 |
|      |   | ケ       | 3 |                          | 4                        |    |    |   |
|      |   |         | コ |                          |                          | 4  |    |   |
|      |   |         | サ |                          |                          | 8  |    |   |
|      |   | シ       | 4 |                          | 4つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  |    |   |
|      |   |         | ス |                          |                          |    |    | 1 |
|      |   |         | セ |                          |                          |    |    | 2 |
| ソ    | 8 | 4       |   |                          |                          |    |    |   |
|      | タ |         | 3 |                          |                          |    |    |   |
| 3    | 1 | ア       | 2 | 2つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 2                        | 4  |    |   |
|      |   | イ       | 2 |                          |                          |    |    |   |
|      |   | ウ       | 3 |                          |                          |    |    |   |
|      | 2 | エ       | 3 | 3つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        | 12 |    |   |
|      |   |         | オ |                          |                          |    | 3  |   |
|      |   | カ       | 1 |                          | 2つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 |    | 4  |   |
|      |   |         | キ |                          |                          |    |    | — |
|      |   | ク       | 4 |                          | 4                        |    |    |   |
|      |   | ケ       | 2 |                          |                          |    |    |   |
|      | 4 | 1       | ア | 1                        | 4つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4  | 8  |   |
|      |   |         | イ | 2                        |                          |    |    |   |
| ウ    |   |         | 2 |                          |                          |    |    |   |
| エ    |   |         | 3 |                          |                          |    |    |   |
| オ    |   |         | 7 |                          |                          |    |    |   |
| カ    |   |         | 6 |                          |                          |    |    |   |
| キ    |   |         | 4 |                          |                          |    |    |   |
| ク    |   | 7       |   |                          |                          |    |    |   |
| 2    |   | ケ       | 3 | 2つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 | 4                        | 8  |    |   |
|      |   |         | コ |                          |                          |    | 2  |   |
|      |   | サ       | 1 |                          | 3つとも合っているもの<br>だけを正答とする。 |    | 4  |   |
|      | シ | 2       |   |                          |                          |    |    |   |
| ス    | 4 |         |   |                          |                          |    |    |   |

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

| 問題番号 | 正 答 [例]  | 採 点 上 の 注 意 | 配 点 |
|------|--|-------------|-----|
| 5    | <p>ゲームAの得点の期待値は、</p> $0 \times \frac{{}_3C_3}{7C_3} + 40 \times \frac{{}_4C_1 \times {}_3C_2}{7C_3} + 80 \times \frac{{}_4C_2 \times {}_3C_1}{7C_3} + 120 \times \frac{{}_4C_3}{7C_3}$ $= \frac{480}{7} = \frac{1440}{21}$ <p>ゲームBの得点の期待値は、</p> $0 \times \left(\frac{4}{6}\right)^4 + 50 \times {}_4C_1 \left(\frac{2}{6}\right) \left(\frac{4}{6}\right)^3 + 100 \times {}_4C_2 \left(\frac{2}{6}\right)^2 \left(\frac{4}{6}\right)^2$ $+ 150 \times {}_4C_3 \left(\frac{2}{6}\right)^3 \left(\frac{4}{6}\right) + 200 \times \left(\frac{2}{6}\right)^4$ $= \frac{200}{3} = \frac{1400}{21}$ <p>ゲームAの得点の期待値はゲームBの得点の期待値より大きいので、ゲームAの方が有利であるといえる。</p>  |             | 20  |
| 1    | $I_{n+1} = \int_{\frac{1}{e}}^1 (\log x)^{n+1} dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 (x)' (\log x)^{n+1} dx$ $= [x(\log x)^{n+1}]_{\frac{1}{e}}^1 - \int_{\frac{1}{e}}^1 (n+1)x(\log x)^n \cdot \frac{1}{x} dx$ $= [x(\log x)^{n+1}]_{\frac{1}{e}}^1 - (n+1) \int_{\frac{1}{e}}^1 (\log x)^n dx$ $= -\frac{1}{e} \left(\log \frac{1}{e}\right)^{n+1} - (n+1)I_n$ $= -\frac{(-1)^{n+1}}{e} - (n+1)I_n = \frac{(-1)^n}{e} - (n+1)I_n$ <p>したがって、<math>I_{n+1} = \frac{(-1)^n}{e} - (n+1)I_n</math> が成り立つ。</p>   |             | 10  |
| 6    | <p><math>f(x) = (\log x)^2 + \log x</math> とおく。</p> <p><math>f(x) = 0</math> を満たす <math>x</math> の値は、</p> $(\log x)^2 + \log x = 0$ $(1 + \log x)\log x = 0$ $\log x = -1, \log x = 0$ $x = \frac{1}{e}, 1$ <p>よって、求める体積 <math>V</math> は、</p> $V = \pi \int_{\frac{1}{e}}^1 \{(\log x)^2 + \log x\}^2 dx$ $V = \pi \int_{\frac{1}{e}}^1 \{(\log x)^4 + 2(\log x)^3 + (\log x)^2\} dx$ <p>2 <math>V = \pi(I_4 + 2I_3 + I_2)</math></p> $I_1 = \int_{\frac{1}{e}}^1 \log x dx = \int_{\frac{1}{e}}^1 (x)' \log x dx = [x \log x]_{\frac{1}{e}}^1 - \int_{\frac{1}{e}}^1 \frac{1}{x} dx$ $= -\frac{1}{e} \log \frac{1}{e} - \left(1 - \frac{1}{e}\right) = \frac{1}{e} - 1 + \frac{1}{e} = \frac{2}{e} - 1$ $I_2 = -\frac{1}{e} - 2I_1 = -\frac{1}{e} - 2\left(\frac{2}{e} - 1\right) = 2 - \frac{5}{e}$ $I_3 = \frac{1}{e} - 3I_2 = \frac{1}{e} - 3\left(2 - \frac{5}{e}\right) = \frac{16}{e} - 6$ $I_4 = -\frac{1}{e} - 4I_3 = -\frac{1}{e} - 4\left(\frac{16}{e} - 6\right) = 24 - \frac{65}{e}$ <p>したがって、<math>V = \pi(I_4 + 2I_3 + I_2) = 2\left(7 - \frac{19}{e}\right)\pi</math></p> |             | 20  |

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

| 問題番号 | 正 答 [例]  | 採 点 上 の 注 意 | 配 点 |
|------|--|-------------|-----|
| 7    | $w = \frac{z-2}{z+i}$ $w(z+i) = z-2$ $wz + iw = z-2$ $wz - z = -2 - iw$ $(w-1)z = -2 - iw$ $w \neq 1 \text{ であるから, } z = \frac{-2-iw}{w-1} \dots \textcircled{1}$ <p>点 <math>z</math> は、原点 <math>O</math> を中心とする半径 <math>2</math> の円上を動くので、</p> $ z  = 2$ <p>①を代入して、</p> $\left  \frac{-2-iw}{w-1} \right  = 2$ $ -2-iw  = 2 w-1 $ $ -2-iw ^2 = 4 w-1 ^2$ $(-2-iw)(-2-i\bar{w}) = 4(w-1)(\bar{w}-1)$ $(-2-iw)(-2+i\bar{w}) = 4(w-1)(\bar{w}-1)$ $4-2i\bar{w}+2iw+w\bar{w} = 4w\bar{w}-4w-4\bar{w}+4$ $3w\bar{w}-(4+2i)w-(4-2i)\bar{w} = 0$ $w\bar{w} - \frac{4+2i}{3}w - \frac{4-2i}{3}\bar{w} = 0$ $\left(w - \frac{4-2i}{3}\right)\left(\bar{w} - \frac{4+2i}{3}\right) = \frac{4-2i}{3} \cdot \frac{4+2i}{3}$ $\left(w - \frac{4-2i}{3}\right)\left(\bar{w} - \frac{4+2i}{3}\right) = \frac{20}{9}$ $\left w - \frac{4-2i}{3}\right ^2 = \left(\frac{2\sqrt{5}}{3}\right)^2$ $\left w - \frac{4-2i}{3}\right  = \frac{2\sqrt{5}}{3}$ <p>よって、点 <math>w</math> は、点 <math>\frac{4-2i}{3}</math> を中心とする</p> <p>半径 <math>\frac{2\sqrt{5}}{3}</math> の円を描く。</p> |             | 20  |

【注意】問題によっては、部分点を可とする。

| 問題番号                   | 正 答 [例]  | 採 点 上 の 注 意                      | 配 点                 |     |   |      |      |   |      |      |    |       |       |                                  |           |
|------------------------|--|----------------------------------|---------------------|-----|---|------|------|---|------|------|----|-------|-------|----------------------------------|-----------|
| <p>8</p> <p>課題学習の例</p> | <p>「ある工場では、製品X, Yを製造している。それらを製造するには、原料A, Bが必要で、X, Yを1 kg製造するために必要な原料の量と、原料の在庫量は右の表の通りである。また、X, Y 1 kg 当たりの利益は、それぞれ1万円, 2万円である。原料の在庫量の範囲で、最大の利益を得るには、X, Yをそれぞれ何kg製造すればよいか。」という課題を設定する。</p> <p>条件を不等式の領域で表したり利益を式で表したりした後、領域内の点と利益を表す式を関連付けて考察し、領域において利益を最大にする点を見いだす活動が考えられる。さらには、それぞれの製品の1 kg当たりの利益や原料の在庫量が変わった場合について発展的に考察する活動も考えられる。</p> <table border="1" data-bbox="859 460 1136 639"> <tr> <td></td> <td>原料A</td> <td>原料B</td> </tr> <tr> <td>X</td> <td>10kg</td> <td>20kg</td> </tr> <tr> <td>Y</td> <td>30kg</td> <td>20kg</td> </tr> <tr> <td>在庫</td> <td>400kg</td> <td>600kg</td> </tr> </table>   |                                  | 原料A                 | 原料B | X | 10kg | 20kg | Y | 30kg | 20kg | 在庫 | 400kg | 600kg | <p>問いを正しく捉えていれば、内容は異なっていてよい。</p> | <p>20</p> |
|                        | 原料A  | 原料B                              |                     |     |   |      |      |   |      |      |    |       |       |                                  |           |
| X                      | 10kg   | 20kg                             |                     |     |   |      |      |   |      |      |    |       |       |                                  |           |
| Y                      | 30kg   | 20kg                             |                     |     |   |      |      |   |      |      |    |       |       |                                  |           |
| 在庫                     | 400kg  | 600kg                            |                     |     |   |      |      |   |      |      |    |       |       |                                  |           |
| <p>1</p>               | $\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) = 10 + ab + \frac{16}{ab}$ <p><math>ab &gt; 0</math>, <math>\frac{16}{ab} &gt; 0</math> であるから、相加平均と相乗平均の大小関係より、</p> $10 + ab + \frac{16}{ab} \geq 10 + 2\sqrt{ab \cdot \frac{16}{ab}} = 18$ <p>よって、求める最小値は18である。</p> <p>等号が成り立つのは、<math>ab = \frac{16}{ab}</math>; すなわち <math>ab = 4</math> のときである。</p>   |                                  | <p>10</p>           |     |   |      |      |   |      |      |    |       |       |                                  |           |
| <p>9</p> <p>2</p>      | <p><math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) \geq 16</math> の等号が成り立つ正の実数 <math>a, b</math> が存在するか考察させる。生徒の【解答】にある①の等号が成り立つのは <math>ab = 2</math> のときであり、②の等号が成り立つのは <math>ab = 8</math> のときであることを確認させる。<math>ab = 2</math> と <math>ab = 8</math> を同時に満たす正の実数 <math>a, b</math> が存在しないことに気付かせ、<math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right)</math> の最小値が16でないことを理解させる。</p> <p>生徒の【解答】にある、①、②は相加平均と相乗平均の大小関係に着目していることから、<math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) = 10 + ab + \frac{16}{ab}</math> と変形することで、相加平均と相乗平均の大小関係を活用できることに気付かせる。</p> <p>さらに、相加平均と相乗平均の大小関係から得られた <math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right) \geq 18</math> について、<math>ab = 4</math> のときに等号が成り立ち、<math>\left(a + \frac{2}{b}\right) \left(b + \frac{8}{a}\right)</math> の最小値が18であることを理解させる。本問題から、最小値を求める際には、等号が成り立つかどうか確認することが大切であることを説明する。</p> | <p>問いを正しく捉えていれば、内容は異なっていてよい。</p> | <p>20</p> <p>10</p> |     |   |      |      |   |      |      |    |       |       |                                  |           |