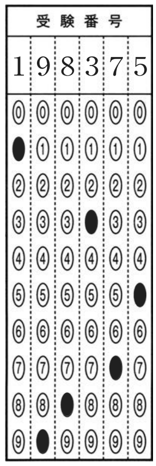
令和７年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



解答についての注意点

1　解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{2}$については、マーク式解答用紙に、
　大問$\boxed{3}$～大問$\boxed{4}$については、記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
　記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

受験番号	１９８３７５

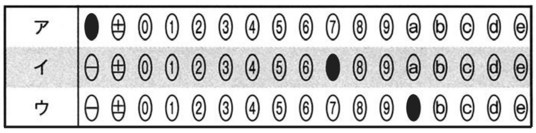
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{2}$については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の $\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ などには、特に指示のないかぎり、符号（－、±）、数字（0 ～ 9）、又は文字（a ～ e）が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に $\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ などが２度以上現れる場合、２度目以降は、$\boxed{\text{ア}}$、$\boxed{\text{イウ}}$ のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは、$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、$\dfrac{3}{4}$、$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを、$\dfrac{6}{8}$、$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば、$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、$4\sqrt{2}$、$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$、$6\sqrt{2a}$ と答えるところを、$2\sqrt{8}$、$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$、$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1：3 と答えるところを、2：6 のように答えてはいけません。

5　その他、係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$

（1）m を定数とする。2 つの 2 次方程式 $x^2+mx+2m=0$ …①、$x^2-2mx+m+6=0$ …②

がある。①、②のうち、どちらか一方だけが異なる 2 つの実数解をもつような定数 m の値の範囲は

$\boxed{\text{アイ}} \leqq m < \boxed{\text{ウ}}$、$\boxed{\text{エ}} < m \leqq \boxed{\text{オ}}$ である。

（2）円に内接する四角形 ABCD において、AB $=2$、BC $=\sqrt{3}$、CD $=\sqrt{3}$、DA $=3$ とする。

このとき、BD $=\dfrac{\boxed{\text{カ}}\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$、$\sin\angle$BAD $=\dfrac{\boxed{\text{ケ}}\sqrt{\boxed{\text{コサ}}}}{\boxed{\text{シス}}}$ となり、

四角形 ABCD の面積は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}\sqrt{\boxed{\text{ソタ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ となる。

（3）△ABC は鋭角三角形であり、∠BAC $=50^\circ$ であるとする。△ABC の内部に点 P をとり、点 B と点 P、点 C と点 P とを結び△PBC をつくる。点 P が次の（ア）～（ウ）の点であるとき、△PBC の内角∠BPC の大きさをそれぞれ求めよ。

（ア）点 P が△ABC の内心のとき、∠BPC $=\boxed{\text{ツテト}}^\circ$ である。

（イ）点 P が△ABC の外心のとき、∠BPC $=\boxed{\text{ナニヌ}}^\circ$ である。

（ウ）点 P が△ABC の垂心のとき、∠BPC $=\boxed{\text{ネノハ}}^\circ$ である。

2

(1) $\dfrac{\sqrt{2}+2}{\sqrt{2}-1}$ の整数部分を a、小数部分を b とする。

このとき、$a=$ $\boxed{\text{ア}}$、$b=$ $\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}-\boxed{\text{エ}}$、$a^2+4ab+4b^2=$ $\boxed{\text{オカ}}$ である。

(2) $\dfrac{a-b}{3}=2c-a=\dfrac{3b-2c}{8}\neq 0$ とする。

このとき、$a:b:c$ の比は $\boxed{\text{キ}}:\boxed{\text{ク}}:\boxed{\text{ケ}}$ である。

(3) $(x+3)^3(x+2)^3$ の展開式における x^3 の係数は、$\boxed{\text{コサシ}}$ である。

(4) 2 つの箱 A、B がある。箱 A にはあたりくじ 2 本を含む 10 本のくじが入っている。箱 B にはあたりくじ 3 本を含む 8 本のくじが入っている。箱 A からくじを 1 本取り出して、箱 B に入れ、次に箱 B からくじを 1 本取り出す。このとき、箱 B から取り出したくじがあたりくじである確率は $\dfrac{\boxed{\text{スセ}}}{\boxed{\text{ソタ}}}$ である。ただし、どのくじを取り出すことも同様に確からしいものとする。

(5) $|2m-5n|<3$ を満たす 1 桁の正の整数 m、n の値の組は全部で $\boxed{\text{チ}}$ 組ある。

(6) 円 $(x+4)^2+(y-4)^2=13$ 上の点 $(-2,1)$ における接線が、円 $x^2+y^2=r^2\ (r>0)$ と接するような定数 r の値は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テト}}}}{\boxed{\text{ナニ}}}$ である。

(7) 方程式 $8x-16=9^{\log_3 x}$ の解は、$x=$ $\boxed{\text{ヌ}}$ である。

(8) 複素数 z を $z=\cos\dfrac{2}{5}\pi+i\sin\dfrac{2}{5}\pi$ とするとき、$z+z^2+z^3+z^4$ の値は $\boxed{\text{ネノ}}$ である。

ただし、i は虚数単位とする。

(9) 2 つ以上の連続する自然数の和が 100 になる場合は 2 通りあり、それぞれの場合における最も小さい自然数は、$\boxed{\text{ハ}}$ と $\boxed{\text{ヒフ}}$ である。例えば、2 つ以上の連続する自然数の和が 36 になる場合は、$1+2+3+4+5+6+7+8$ と $11+12+13$ の 2 通りあり、それぞれの場合における最も小さい自然数は 1 と 11 である。

$\boxed{3}$

（1）$0 \leqq \theta < 2\pi$ のとき、不等式　$\sin\left(\theta + \dfrac{\pi}{6}\right) + \cos\left(\theta - \dfrac{\pi}{3}\right) < \sqrt{3}$ を解け。

（2）

（ア）$\dfrac{x^2 - 4x + 13}{(x-3)(x^2-2x+2)} = \dfrac{A}{x-3} + \dfrac{Bx+C}{x^2-2x+2}$ が成り立つように、定数 A、B、C の値を求めよ。

（イ）$\displaystyle\int_1^2 \frac{x^2 - 4x + 13}{(x-3)(x^2-2x+2)}\,dx$ の値を求めよ。

$\boxed{4}$

（1）初項と公比が等しい等比数列において、その無限等比級数が収束し、その和が公比の逆数になる場合、この等比数列の公比を求めよ。ただし、公比は 0 ではないとする。

（2）

（ア）関数 $f(x) = \dfrac{\log x}{x}$ の導関数を求めよ。

（イ）任意の正の数 a、b、c に対し、$a^{\frac{1}{3a}} b^{\frac{1}{3b}} c^{\frac{1}{3c}} \leqq e^{\frac{1}{e}}$ が成り立つことを示せ。

ただし、e は自然対数の底とする。

【計算用紙】

（必要に応じて使用すること）

令和7年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

第二次選考択一問題の正答について

校種	高等学校	教科・科目	数学

大問番号	1																									
	(1)					(2)												(3)								
解答番号	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ
正答番号	-	2	0	3	8	5	3	3	5	1	1	1	8	5	1	1	4	1	1	5	1	0	0	1	3	0

大問番号	2																											
	(1)						(2)			(3)			(4)				(5)	(6)					(7)	(8)		(9)		
解答番号	ア	イ	ウ	エ	オ	カ	キ	ク	ケ	コ	サ	シ	ス	セ	ソ	タ	チ	ツ	テ	ト	ナ	ニ	ヌ	ネ	ノ	ハ	ヒ	フ
正答番号	8	3	2	4	7	2	9	6	5	3	0	5	1	6	4	5	8	7	1	3	1	3	4	-	1	9	1	8

受験番号	

令和７年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学　解答用紙　（２枚のうち１）

（(2)(イ)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(1)と(2)(ア)は答えのみでよい。）

3	得点	

（１）

$0 \leqq \theta < \frac{\pi}{6}$、$\frac{\pi}{2} < \theta < 2\pi$

（２）（ア）

A＝2　、　B＝－1　、　C＝－3

（２）（イ）

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{x^2-4x+13}{(x-3)(x^2-2x+2)}dx &= \int_1^2 \left(\frac{2}{x-3} - \frac{x+3}{x^2-2x+2}\right)dx \\ &= \int_1^2 \frac{2}{x-3}dx - \int_1^2 \frac{x+3}{x^2-2x+2}dx \\ &= 2[\ log|x-3|\ ]_1^2 - \int_1^2 \frac{\frac{1}{2}(2x-2)+4}{x^2-2x+2}dx \\ &= 2(log1 - log2) - \frac{1}{2}\int_1^2 \frac{2x-2}{x^2-2x+2}\mathrm{dx} - \int_1^2 \frac{4}{x^2-2x+2}dx \\ &= -2log\,2 - \frac{1}{2}[\ log|x^2-2x+2|\ ]_1^2 - 4\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2+1}dx \\ &= -2log\,2 - \frac{1}{2}(log2 - log1) - 4\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2+1}dx \\ &= -\frac{5}{2}\log 2 - 4\int_1^2 \frac{1}{(x-1)^2+1}dx\end{aligned}$$

ここで

$x-1 = tan\theta$とおくと

$dx = \frac{1}{\cos^2\theta}d\theta$

x	$1 \to 2$
θ	$0 \to \frac{\pi}{4}$

$$\begin{aligned}\int_1^2 \frac{x^2-4x+13}{(x-3)(x^2-2x+2)}dx &= -\frac{5}{2}\log 2 - 4\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\tan^2\theta+1}\cdot\frac{1}{\cos^2\theta}d\theta \\ &= -\frac{5}{2}\log 2 - 4\int_0^{\frac{\pi}{4}} d\theta \\ &= -\frac{5}{2}log\,2 - \pi\end{aligned}$$

受験番号	

令和７年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

高等学校　数学　解答用紙 （２枚のうち２）

（(2)(イ)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(1)と(2)(ア)は答えのみでよい。）

4

得点	

（1）

$\dfrac{-1+\sqrt{5}}{2}$

（２）（ア）

$f'(x)=\dfrac{1-\log x}{x^2}$

（２）（イ）

(ア)から、関数 $f(x)=\dfrac{\log x}{x}$ の増減表は

x	0	$\cdots$	e	$\cdots$
$f'(x)$		$+$	0	$-$
$f(x)$		$\nearrow$	$\dfrac{1}{e}$	$\searrow$

となり、$f(x)$ の最大値は $x=e$ のとき、$\dfrac{1}{e}$ である。

よって、任意の正の数 t に対して

$\dfrac{\log t}{t} \leqq \dfrac{1}{e}$ が成り立つ。

$$\log a^{\frac{1}{3a}}b^{\frac{1}{3b}}c^{\frac{1}{3c}} = \log a^{\frac{1}{3a}} + \log b^{\frac{1}{3b}} + \log c^{\frac{1}{3c}}$$

$$= \frac{1}{3}\left(\frac{\log a}{a} + \frac{\log b}{b} + \frac{\log c}{c}\right)$$

$$\leqq \frac{1}{3}\left(\frac{1}{e} + \frac{1}{e} + \frac{1}{e}\right)$$

$$= \frac{1}{e}$$

ゆえに、$a^{\frac{1}{3a}}\ b^{\frac{1}{3b}}\ c^{\frac{1}{3c}} \ \leqq\ e^{\frac{1}{e}}$