

専 門 教 養
令和元年 7 月
60 分

受 験 教 科 等
中・高等学校共通 数 学

注 意

- 1 指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 全て係員の指示に従って、静粛に受験してください。
- 3 机上には、受験票、筆記用具、時計以外のものを出してはいけません。
- 4 問題の音読等、他の受験者の迷惑になるような行為、携帯電話の使用及び不正行為をしてはいけません。
- 5 解答時間は60分です。途中退出はできません。
- 6 問題冊子のページ数は、7 ページです。はじめにページ数を確かめてください。
- 7 解答用紙に**必要事項の記入やマークがない場合や誤っている場合には、解答は全て無効**となります。解答用紙の【1】の欄には、**受験番号を記入し、受験番号に対応する数字をマーク**してください。【2】の欄には、**氏名を記入**してください。ただし、【3】の選択問題を表す欄のマークは**不要**です。
- 8 問題冊子の余白等は、適宜使用しても構いませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 問題文中の「学習指導要領」は、特に指示がある場合を除いて、平成29年又は平成30年告示の「学習指導要領」を表しています。
- 10 問題の内容についての質問には一切応じません。

解答上の注意

- 1 解答は、問題文や解答用紙の注意事項に従って、解答欄にマークしてください。問題には、選択肢から選び解答する場合や、数字又は符号（-）を入れて問題文を完成させて解答する場合などがあり、解答方法が複数ある場合とどれか一つの場合とがあります。
- 2 「解答番号は 。」と表示のある問に対して、3 と解答する場合には、次の（例1）のように解答番号 の解答欄の③にマークしてください。

(例 1)

解答番号	解答欄
<input type="text" value="1"/>	① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

解答上の注意の続きを、問題冊子の裏表紙に記載してあります。問題冊子を裏返して必ず読んでください。

3 問題文中の $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ などの \square には、数字又は符号（-）が入ります。次の(1)~(4)の方法でマークしてください。

(1) $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ 、……の一つ一つは、それぞれ1~9、0の数字又は符号（-）のいずれか一つに対応します。それらを $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ 、……で示された解答欄にマークしてください。

例えば、 $\boxed{234}$ に -84 と解答する場合には、次の(例2)のようにマークします。

(例2)

解答番号	解答欄
$\boxed{2}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
$\boxed{3}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{4}$	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

なお、同一の問題文中に $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ のように細字で表記します。

(2) 分数形で解答する場合は、符号は分子に付け、分母に付けてはいけません。また、分数は既約分数で答えてください。

例えば、 $\frac{\boxed{56}}{\boxed{7}}$ に $-\frac{4}{5}$ と解答する場合には、 $\frac{-4}{5}$ として、次の(例3)のように

マークします。

(例3)

解答番号	解答欄
$\boxed{5}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
$\boxed{6}$	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{7}$	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

(3) 小数の形で解答する場合は、特に指示されていなければ、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで⑩にマークしてください。

例えば、 $\boxed{8.910}$ に 2.6 と解答する場合には、2.60 として答えてください。

(4) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

4 「ただし、選んだ数字の小さい順にマークすること。解答番号は $\boxed{11}$ 、 $\boxed{12}$ 、 $\boxed{13}$ 。」と表示のある間に対して、2と5と8と解答する場合には、次の(例4)のように「②、⑤、⑧」の順にマークします。

このとき、「②、⑤、⑧」以外の「⑤、②、⑧」や「⑧、②、⑤」などの順にマークした場合には、不正解となります。

(例4)

解答番号	解答欄
$\boxed{11}$	① ● ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{12}$	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{13}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⑩ ⊖

1 次の各問に答えよ。

[問 1] 7で割ると5余り、12で割ると4余る3桁の自然数の中で最大のものは $\boxed{1}\boxed{2}\boxed{3}$ である。

[問 2] 3個のさいころを同時に投げるとき、出る目の最小値が2である確率は $\frac{\boxed{4}\boxed{5}}{\boxed{6}\boxed{7}\boxed{8}}$ である。ただし、さいころの1から6までのそれぞれの目が出る事象は、同様に確からしいものとする。

[問 3] $\triangle ABC$ の内部の点Pが $3\overrightarrow{PA} + 4\overrightarrow{PB} + 5\overrightarrow{PC} = \vec{0}$ を満たしている。

(1) $\overrightarrow{AP} = \frac{\boxed{9}}{\boxed{10}} \overrightarrow{AB} + \frac{\boxed{11}}{\boxed{12}\boxed{13}} \overrightarrow{AC}$ である。

(2) 面積比 $\triangle PAB : \triangle PBC : \triangle PCA = \boxed{14} : \boxed{15} : \boxed{16}$ である。

[問 4] $\sin \theta + \cos \theta = \frac{\sqrt{7}}{2}$ のとき、

$\sin \theta \cos \theta = \frac{\boxed{17}}{\boxed{18}}$ であり、 $\tan \theta = \frac{\boxed{19} \pm \sqrt{\boxed{20}}}{\boxed{21}}$ である。

[問 5] 初項が 3、公差が 4 の等差数列の第 n 項を a_n とおく。この数列 $\{a_n\}$ を初項から順番に次の表のように並べる。

a_1	a_2	a_4	a_7	a_{11}	...
a_3	a_5	a_8	a_{12}
a_6	a_9	a_{13}
a_{10}	a_{14}
a_{15}
...

(1) この数列 $\{a_n\}$ の一般項は $a_n = \boxed{22}n - \boxed{23}$ である。

また、この表の一番上の段の左から m 番目の位置にある数は

$\boxed{24}m^2 - \boxed{25}m + \boxed{26}$ である。

(2) 519 は、この表の上から $\boxed{27}\boxed{28}$ 段目、左から $\boxed{29}$ 番目の位置にある。

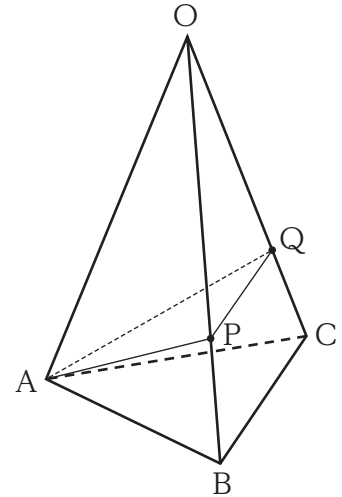
[問 6] 楕円 $\frac{x^2}{2} + y^2 = 1$ 上を動く点を P とする。

(1) 点 P と直線 $x - y + 2 = 0$ の距離の最大値は $\frac{\sqrt{\boxed{30}}}{\boxed{31}} + \sqrt{\boxed{32}}$ である。

(2) (1) で求めた最大値をとるときの点 P の座標は

$\left(\frac{\boxed{33}\sqrt{\boxed{34}}}{\boxed{35}}, \frac{\boxed{36}\sqrt{\boxed{37}}}{\boxed{38}} \right)$ である。

2 AB = BC = CA = 1, OA = OB = OC = 2 である三角錐 O-ABC において、辺 OB、辺 OC 上にそれぞれ点 P、点 Q を AP + PQ + QA の長さが最小となるようにとる。



[問 1] $PB = \frac{\boxed{39}}{\boxed{40}}$ 、 $PQ = \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}}$ である。

[問 2] AP + PQ + QA の長さは $\frac{\boxed{43}\boxed{44}}{\boxed{45}}$ である。

[問 3] 三角錐 O-APQ の体積を V とすると、 V は三角錐 O-ABC の体積の $\frac{\boxed{46}}{\boxed{47}\boxed{48}}$ 倍で

あるから、 $V = \frac{\boxed{49} \sqrt{\boxed{50}\boxed{51}}}{\boxed{52}\boxed{53}}$ である。

3 関数 $f(x) = \frac{ax}{x^2 + b}$ は $x = 1$ で極大値 2 をとる。

[問 1] $a = \boxed{54}$ 、 $b = \boxed{55}$ である。また、関数 $f(x) = \frac{ax}{x^2 + b}$ は $x = \boxed{5657}$ で極小値 $\boxed{5859}$ をとる。

[問 2] 関数 $y = f(x)$ のグラフの変曲点のうち、 x 座標が最も大きい点を P とする。

(1) 点 P の座標は $(\sqrt{\boxed{60}}, \sqrt{\boxed{61}})$ である。

(2) 関数 $y = f(x)$ 上の点 P における接線の方程式は

$$y = \frac{\boxed{6263}}{\boxed{64}}x + \frac{\boxed{65}\sqrt{\boxed{66}}}{\boxed{67}} \text{ である。}$$

(3) 関数 $y = f(x)$ のグラフと関数 $y = f(x)$ 上の点 P における接線及び y 軸とで囲まれた部分の面積は

$$\frac{\boxed{6869}}{\boxed{70}} - \boxed{71} \log 2 \text{ である。}$$

ただし、対数は e を底とする自然対数とする。

4 高等学校「数学Ⅱ」の「対数関数」の学習に関する次の事例を読み、次のページの各問に答えよ。

T教諭は、次の〔問題1〕を提示した。

〔問題1〕 3^{58} は何桁の数か。ただし、 $\log_{10}3 = 0.4771$ とする。

しばらくして、T教諭は、複数の生徒が同じような誤りをしていることに気付いた。そこでT教諭は、複数の生徒の誤っている部分について次のように板書し、どこに誤りがあるかを考えさせた。

$\log_{10}3^{58} = 58\log_{10}3 = 58 \times 0.4771 = 27.6718$
 $27 < \log_{10}3^{58} < 28$ であるから $10^{27} < 3^{58} < 10^{28}$
よって、 3^{58} は27桁の数である。

すると、何人かの生徒は誤りを発見し、正しく解答することができた。T教諭は、誤っている部分を全体で確認した後、 n 桁の正の整数 N について、 n と N との間に成り立つ不等式を示した。

次にT教諭は、生徒の理解を深めさせるために次の〔問題2〕を提示した。

〔問題2〕 5^{24} の最高位の数字はいくつか。
必要ならば $\log_{10}2 = 0.3010$ 、 $\log_{10}3 = 0.4771$ を用いてもよい。

生徒の様子を見ると、どのようにして求めるのかが分からない生徒が多くいた。

T教諭は、次のように板書し、まず $\log_{10}5$ と $\log_{10}5^{24}$ の値を生徒に求めさせた。

$\log_{10}5 =$ 、 $\log_{10}5^{24} =$

T教諭は、 と に適した値を確認した後、続けて次のように板書した。

5^{24} の桁数を n 、最高位の数を a ($a = 1, 2, 3, \dots, 9$) とする。
 $\log_{10}5^{24} =$ であるから、 $n =$ である。
したがって、 $a \times 10^{\text{エ}} < 5^{24} < (a + 1) \times 10^{\text{エ}}$
よって、 + $\log_{10}a < \log_{10}5^{24} < \text{エ} + \log_{10}(a + 1) \dots\dots$ (※)

T教諭は、ここまでの解答を確認した後、生徒に「与えられた対数の値を利用して、この不等式(※)を満たす a の値を求めてみましょう。生徒同士で話し合っても構いません。」と伝えた。しばらくして、多くの生徒が正しい値 $a =$ を求めることができていることを確認したT教諭は、クラス全体で 5^{24} の最高位の数を確認し、授業のまとめを行った。

[問 1] 下線部①でT教諭が示した不等式として最も適切なものは、次の1～4のうちではどれか。解答番号は 。

1 $10^{n-1} < N < 10^n$

2 $10^{n-1} \leq N < 10^n$

3 $10^n < N < 10^{n+1}$

4 $10^n \leq N < 10^{n+1}$

[問 2] 文章中の空欄 、、、 に当てはまる数の組合せとして適切なものは、次の1～4のうちのどれか。解答番号は 。

1 0.6990 16.7760 16 15

2 0.6990 16.7760 17 16

3 0.7781 18.6744 18 17

4 0.7781 18.6744 19 18

[問 3] 文章中の空欄 に当てはまる数は である。

5 学習指導要領に関する次の各問に答えよ。

[問 1] 中学校学習指導要領数学の〔第 1 学年〕の「内容」において、身に付けることができるように指導すべき思考力・判断力・表現力等に関する記述として適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は **75**。

- 1 「A 数と式」において、「方程式の必要性と意味及び方程式の中の文字や解の意味を理解すること。」とされている。
- 2 「B 図形」において、「立体図形の表面積や体積の求め方を考察し表現すること。」とされている。
- 3 「C 関数」において、「比例、反比例を表、式、グラフなどに表すこと。」とされている。
- 4 「D データの活用」において、「多数の観察や多数回の試行によって得られる確率の必要性と意味を理解すること。」とされている。

[問 2] 高等学校学習指導要領（平成 30 年 3 月告示）数学の「各科目」の「数学 I」の「内容」において、高等学校学習指導要領（平成 21 年 3 月告示）と比較して、新たに追加された記述として適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は **76**。

- 1 「数と式」において、「集合と命題に関する基本的な概念を理解し、それを事象の考察に活用すること。」が追加された。
- 2 「図形と計量」において、「三角比を平面図形や空間図形の考察に活用すること。」が追加された。
- 3 「二次関数」において、「二次関数のグラフの特徴について理解すること。」が追加された。
- 4 「データの分析」において、「具体的な事象において仮説検定の考え方を理解すること。」が追加された。

問題番号		解答番号	正答1	正答2	正答3	配点	備考			
大問番号	小問番号									
1	1	1	9			4	完全解答			
		2	6				完全解答			
		3	4				完全解答			
	2		4	6			4	完全解答		
			5	1				完全解答		
			6	2				完全解答		
			7	1				完全解答		
			8	6				完全解答		
			3	(1)	9	1			4	完全解答
					10	3				完全解答
			11	5				完全解答		
			12	1				完全解答		
			13	2				完全解答		
			(2)	14	5			4	完全解答	
				15	3				完全解答	
			4		16	4				完全解答
17					3			3	完全解答	
18					8				完全解答	
				19	4			4	完全解答	
				20	7				完全解答	
	21	3					完全解答			
	5	(1)		22	4			3	完全解答	
				23	1				完全解答	
				24	2			4	完全解答	
				25	2				完全解答	
				26	3				完全解答	
				(2)	27	1			4	完全解答
					28	0				完全解答
				29	7				完全解答	
	6	(1)		30	6			4	完全解答	
				31	2				完全解答	
				32	2				完全解答	
				(2)	33	2			4	完全解答
					34	3				完全解答
				35	3				完全解答	
				36	—				完全解答	
				37	3				完全解答	
	2	1		38	3				完全解答	
39			1			3	完全解答			
40			2				完全解答			
41			3			3	完全解答			
42			4				完全解答			
2				43	1			5	完全解答	
				44	1				完全解答	
				45	4				完全解答	
				3	46	9			3	完全解答
					47	1				完全解答
				48	6				完全解答	
				49	3			6	完全解答	
				50	1				完全解答	
				51	1				完全解答	
				52	6				完全解答	
				53	4				完全解答	
	3	1		54	4			3	完全解答	
				55	1				完全解答	
				56	—			2	完全解答	
				57	1				完全解答	
58			—			2	完全解答			
59			2				完全解答			
2			(1)	60	3			3	完全解答	
				61	3				完全解答	
			(2)	62	—			4	完全解答	
				63	1				完全解答	
				64	2				完全解答	
				65	3				完全解答	
	66	3					完全解答			
	67	2					完全解答			
	(3)	68		1			6	完全解答		
		69		5				完全解答		
	70	4					完全解答			
	71	4					完全解答			
4	1	72	2			4				
	2	73	2			4				
	3	74	5			4				
5	1	75	2			3				
	2	76	4			3				