

専 門 教 養
令和 2 年 7 月
60 分

受 験 教 科 等
中・高等学校共通 <b>数 学</b>

## 注 意

- 1 指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 全て係員の指示に従って、静粛に受験してください。
- 3 机上には、受験票、筆記用具、時計以外のものを出してはいけません。
- 4 他の受験者の迷惑になるような行為、スマートフォン等の使用及び不正行為をしてはいけません。
- 5 解答時間は60分です。途中退出はできません。
- 6 問題冊子のページ数は、7 ページです。はじめにページ数を確かめてください。
- 7 解答用紙に、**必要事項の記入やマークがない場合や誤っている場合には、解答は全て無効**となります。解答用紙の【1】の欄には、**受験番号を記入し、受験番号に対応する数字をマーク**してください。【2】の欄には、**氏名を記入**してください。ただし、【3】の選択問題を表す欄のマークは**不要**です。
- 8 問題冊子の余白等は、適宜使用しても構いませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 問題文中の「学習指導要領」は、特に指示がある場合を除いて、平成29年、平成30年又は平成31年告示の「学習指導要領」を表しています。
- 10 問題の内容についての質問には一切応じません。

## 解答上の注意

- 1 解答は、問題文や解答用紙の注意事項に従って、解答欄にマークしてください。問題には、選択肢から選び解答する場合や、数字又は符号（-）を入れて問題文を完成させて解答する場合などがあり、解答方法が複数ある場合とどれか一つの場合とがあります。
- 2 「解答番号は 

1
---

。」と表示のある問に対して、3 と解答する場合には、次の（例1）のように解答番号 

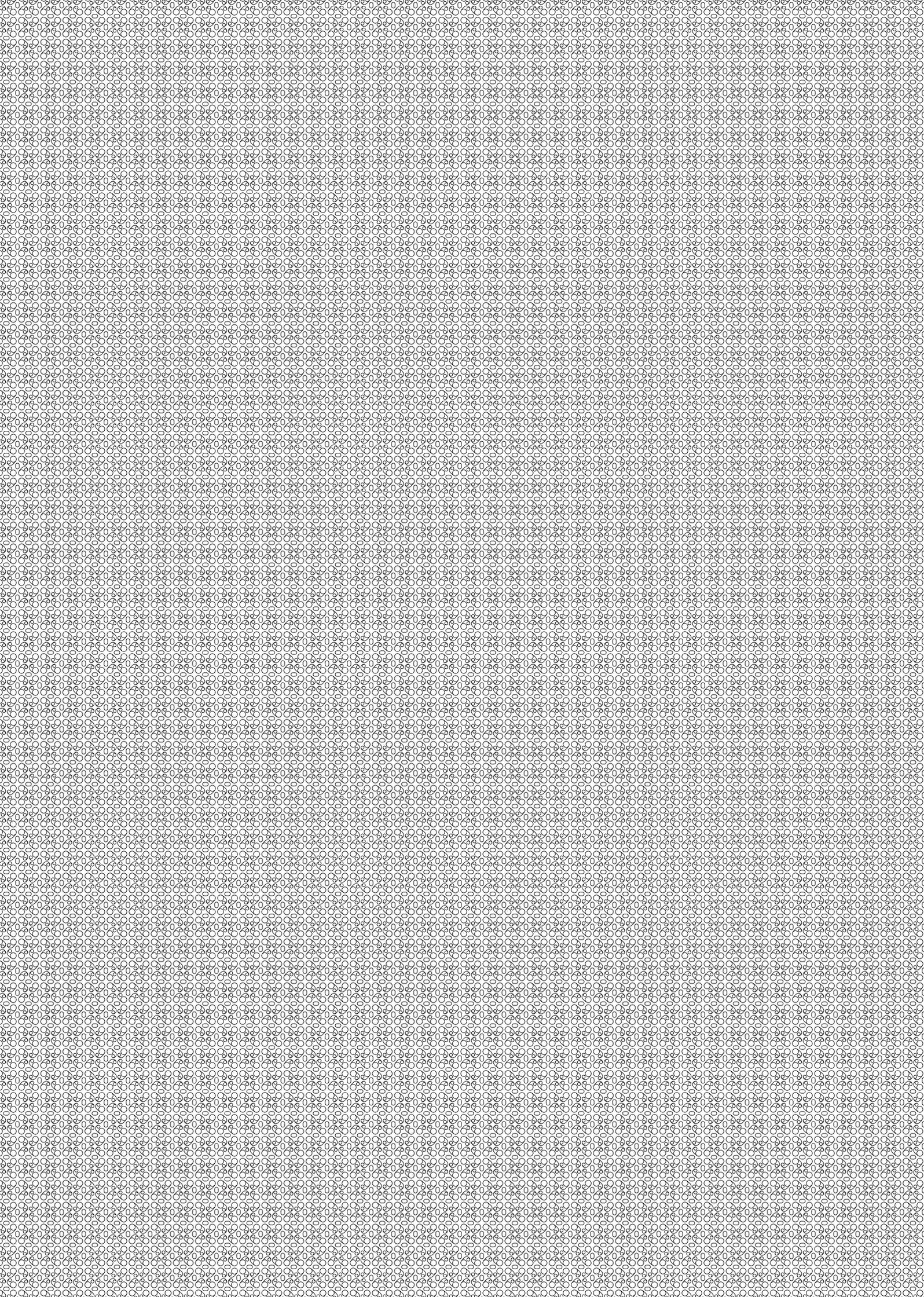
1
---

 の解答欄の③にマークしてください。

(例 1)

解答番号	解答欄
1	① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

解答上の注意の続きを、問題冊子の裏表紙に記載してあります。問題冊子を裏返して必ず読んでください。



問題は、次のページから始まります。

1 次の各問に答えよ。

[問 1] 3つの実数  $x, y, z$  が、 $x + y + z = -4$ 、 $x^2 + y^2 + z^2 = 16$ 、 $x^3 + y^3 + z^3 = -49$  を満たすとき、 $xyz =$   である。

[問 2] 10円硬貨6枚と100円硬貨2枚の中から、1枚以上の硬貨を用いて表すことのできる金額は  通りある。

[問 3]  $x$  の方程式  $(1 - i)x^2 - (k + 3i)x + 6 + 2ki = 0$  が実数解をもつような実数  $k$  の値は  である。

また、そのときのこの方程式の解は  $x =$  、 +   $i$  である。  
ただし、 $i$  は虚数単位とする。

[問 4]  $\triangle OAB$  において、 $OA = 5$ 、 $OB = 4$ 、 $\angle AOB = 60^\circ$  とする。A、B から対辺に下ろした垂線をそれぞれ、AC、BD とし、AC と BD との交点を E、OE と AB の交点を F とする。

(1)  $\vec{OE} = \frac{\text{}}{\text{}} \vec{OA} + \frac{\text{}}{\text{}} \vec{OB}$  である。

(2)  $\triangle AFE$  の面積は  $\frac{\text{} \sqrt{\text{}}}{\text{}}$  である。

[問 5] 3 辺の長さが  $a - 2$ 、 $a$ 、 $a + 2$  である三角形について、

(1) この三角形が鈍角三角形であるとき、 $\boxed{18} < a < \boxed{19}$  である。

(2) この三角形の 1 つの内角が  $135^\circ$  であるとき、

$$a = \boxed{20} \sqrt{\boxed{21}} - \boxed{22} \text{ である。}$$

[問 6]  $x$ 、 $y$ 、 $z$  を実数とすると、次の空欄  $\boxed{\text{ア}}$  ~  $\boxed{\text{ウ}}$  に当てはまるものとして適切なものは、下の 1 ~ 4 のうちのどれか。解答番号は  $\boxed{\text{ア}}$  が  $\boxed{23}$ 、 $\boxed{\text{イ}}$  が  $\boxed{24}$ 、 $\boxed{\text{ウ}}$  が  $\boxed{25}$ 。

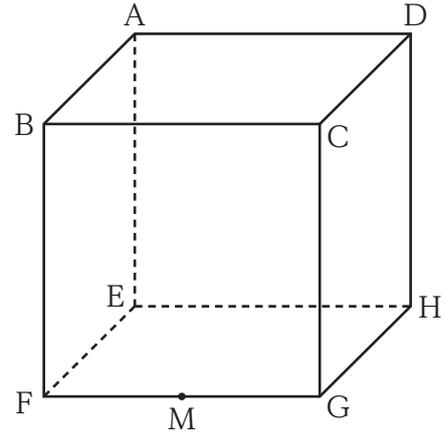
(1)  $x = y = z = 0$  は、 $x + y + z = 0$  かつ  $xy + yz + zx = 0$  であるための  $\boxed{\text{ア}}$ 。

(2)  $x \neq 0$  かつ  $y \neq 0$  は、 $x + y \neq 0$  または  $x - y \neq 0$  であるための  $\boxed{\text{イ}}$ 。

(3)  $x^2 + y^2 \leq 1$  は、 $|x + y| \leq 1$  であるための  $\boxed{\text{ウ}}$ 。

- 1 必要条件であるが、十分条件ではない
- 2 十分条件であるが、必要条件ではない
- 3 必要十分条件である
- 4 必要条件でも十分条件でもない

2 1 辺の長さが 2 の立方体 ABCD-EFGH がある。辺 FG の中点を M とし、平面 CGHD 上の点で AP + PM の長さが最小となる点を P とする。



[問 1] AP + PM の長さは  $\sqrt{\boxed{26}\boxed{27}}$  であり、

$$\cos \angle APM = \frac{\boxed{28}}{\boxed{29}\boxed{30}} \text{ である。}$$

[問 2] 点 P から辺 GH に下ろした垂線を PQ とするとき、

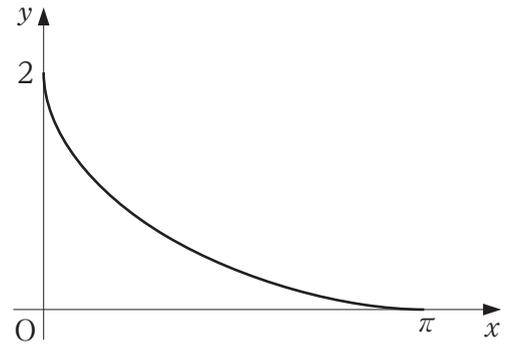
$$\text{線分 PQ の長さは } \frac{\boxed{31}}{\boxed{32}} \text{ であり、} \triangle PMQ \text{ の面積は } \frac{\sqrt{\boxed{33}\boxed{34}}}{\boxed{35}} \text{ である。}$$

[問 3] 点 E から直線 MQ に下ろした垂線の長さは  $\frac{\boxed{36}}{\boxed{39}\boxed{40}} \sqrt{\boxed{37}\boxed{38}}$  であり、

$$\text{四面体 AMPQ の体積は } \frac{\boxed{41}}{\boxed{42}\boxed{43}} \text{ である。}$$

3  $\begin{cases} x = \theta - \sin \theta \\ y = 1 + \cos \theta \end{cases} (0 \leq \theta \leq \pi)$  で表される

$xy$  平面上の曲線を  $C$  とし、この曲線上の  $\theta = \frac{\pi}{3}$  に対応する点を  $P$  とするとき、次の各問に答えよ。



[問 1] 曲線  $C$  上の点  $P$  における接線の方程式は  $y = \boxed{44} \sqrt{\boxed{45}} x + \frac{\sqrt{\boxed{46}}}{\boxed{47}} \pi$

である。また、この接線が  $x$  軸と  $y$  軸によって切り取られる線分の長さは  $\frac{\boxed{48}}{\boxed{49}} \pi$

である。

[問 2] 曲線  $C$  上における点  $P$  から  $\theta = \pi$  に対応する点までの曲線の長さは  $\boxed{50} \sqrt{\boxed{51}}$

である。

[問 3] 曲線  $C$  と点  $P$  を通り  $y$  軸に平行な直線及び  $x$  軸とで囲まれた図形を  $x$  軸のまわりに

1 回転させてできる立体の体積は  $\frac{\boxed{52}}{\boxed{53}} \pi^2$  である。

## 4

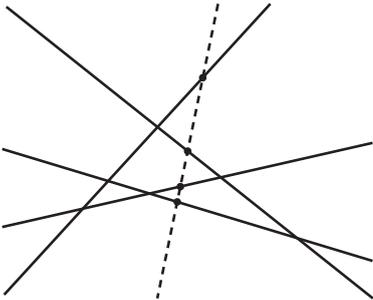
高等学校「数学B」の「数列」の学習に関する次の事例を読み、次のページの各問に答えよ。

T教諭は、次の〔問題〕を提示した。

〔問題〕 平面上に、どの3本の直線も1点で交わらない  $n$  本の直線がある。どの2本の直線も平行でないとき、これら  $n$  本の直線の交点の総数を  $a_n$  とする。

- (1)  $a_n$  と  $a_{n+1}$  の間に成り立つ関係式を求めよ。
- (2) (1)の関係式から、数列  $\{a_n\}$  の一般項を求めよ。

生徒の様子を見ると、 $a_n$  と  $a_{n+1}$  の関係が分からない生徒がいたため、T教諭は生徒に「例えば  $n = 4$  のとき、直線を1本加えると、新たにできる交点は何個あるか考えてごらん。」と伝え、ICT機器を用いて以下のようにスクリーンに投影した。



$n = 4$  のとき、交点の数は  個である。

ここに新たに直線を1本加えると、この直線は  本の直線と交わるから、交点の数は  個増える。したがって、 $n = 5$  のときの交点の個数は  個である。

しばらくして、生徒は、空欄に正しい数を入れ、 $a_n$  と  $a_{n+1}$  の間に成り立つ関係式  を求めることができた。その後、T教諭は、次のように板書した。

$b_n = a_{n+1} - a_n$  とおくと、数列  $\{b_n\}$  は数列  $\{a_n\}$  の階差数列であるから、

$$n \geq 2 \text{ のとき } a_n = a_1 + \text{  }$$

しばらくして、T教諭は  に入る式を確認し、具体的な数や式を用いて、数列  $\{a_n\}$  の一般項  を求めさせた。さらに、(2)の補足として、順列・組合せの考え方を用いて  $a_n = \text{  }$  と表せることを説明し、授業のまとめを行った。

[問 1] 文章中の空欄 **ア**、**イ** に当てはまるものの組合せとして適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は **54**。

1 **ア**  $a_{n+1} = a_n + (n - 1)$       **イ**  $\sum_{k=1}^{n-1} b_k$

2 **ア**  $a_{n+1} = a_n + n$       **イ**  $\sum_{k=1}^{n-1} b_k$

3 **ア**  $a_{n+1} = a_n + (n - 1)$       **イ**  $\sum_{k=1}^n b_k$

4 **ア**  $a_{n+1} = a_n + n$       **イ**  $\sum_{k=1}^n b_k$

[問 2] 文章中の空欄 **ウ** に当てはまるものとして適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は **55**。

1  $(n - 1)(n - 2)$

2  $n(n - 1)$

3  $\frac{1}{2}(n - 1)(n - 2)$

4  $\frac{1}{2}n(n - 1)$

[問 3] 文章中の空欄 **エ** に当てはまるものとして適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は **56**。

1  ${}_n P_2$

2  ${}_n C_2$

3  ${}_{n-1} P_2$

4  ${}_{n-1} C_2$

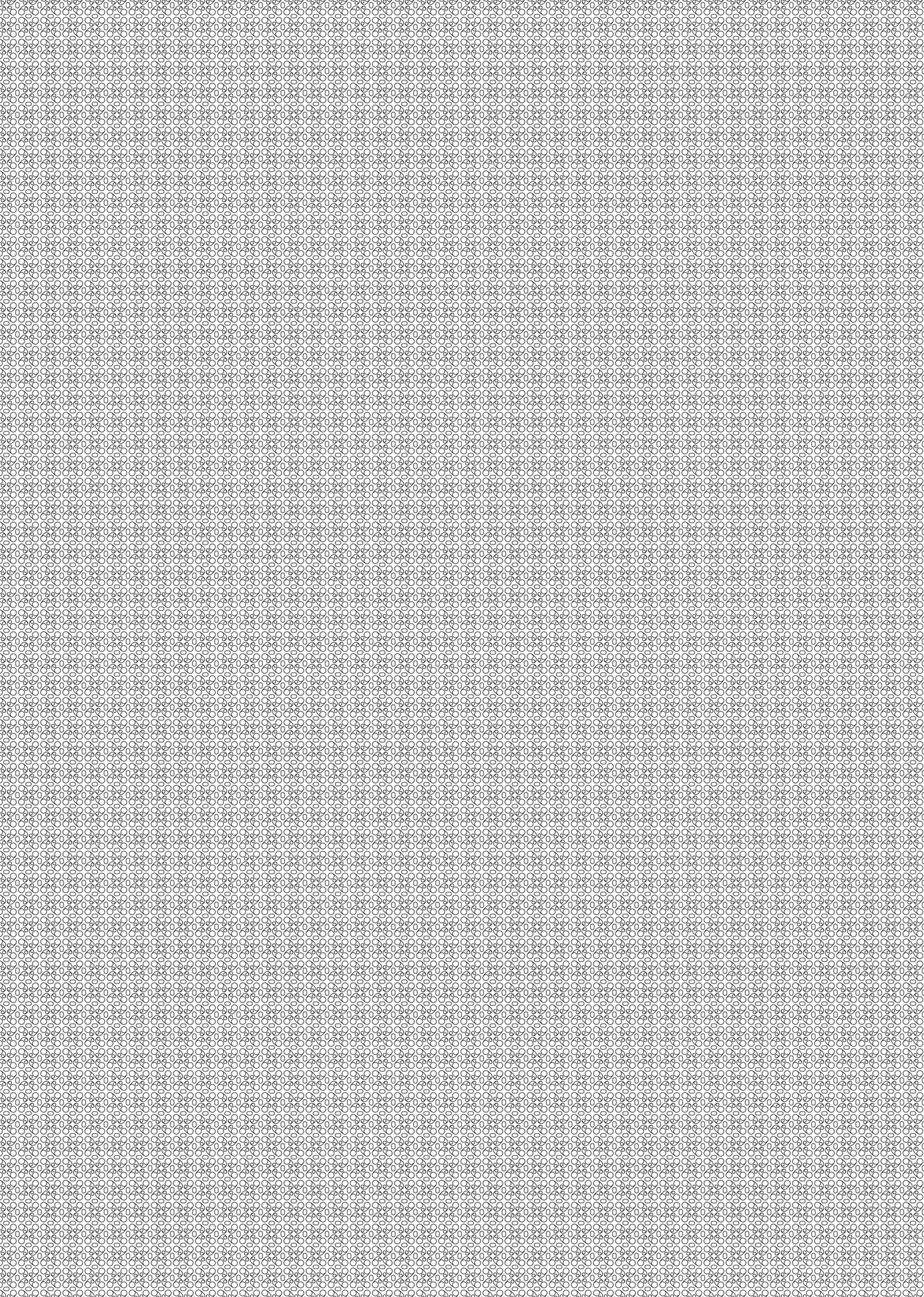
5 学習指導要領に関する次の各問に答えよ。

[問 1] 中学校学習指導要領数学の〔第 2 学年〕の「内容」に関する記述として適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は 。

- 1 「A 数と式」の内容として、「簡単な整式の加法、減法及び単項式の乗法、除法の計算をすること。」が新たに示された。
- 2 「B 図形」の内容として、「平行線や角の性質を理解し、それに基づいて図形の性質を確かめ説明すること。」が新たに示された。
- 3 「C 関数」の内容として、「一次関数について、表、式、グラフを相互に関連付けて理解すること。」が新たに示された。
- 4 「D データの活用」の内容として、「四分位範囲や箱ひげ図の必要性と意味を理解すること。」が新たに示された。

[問 2] 高等学校学習指導要領数学の平成 30 年の改訂における変更点に関する記述として適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は 。

- 1 各科目の内容が、「知識及び技能」、「思考力、判断力、表現力等」、「学びに向かう力、人間性等」の三つの柱で整理して示された。
- 2 新設された「数学 C」に示された内容は、「ベクトル」、「平面上の曲線と複素数平面」、「統計的な推測」である。
- 3 〔課題学習〕は、「数学 I」、「数学 A」の内容から、「数学 I」、「数学 II」、「数学 III」の内容に位置付けられた。
- 4 「数学活用」を廃止して、「数学活用」の内容を、各科目の性格を踏まえ、「数学 I」、「数学 A」に移行することとした。



3 問題文中の 、 などの  には、数字又は符号（-）が入ります。次の(1)~(4)の方法でマークしてください。

(1) 、、、……の一つ一つは、それぞれ1~9、0の数字又は符号（-）のいずれか一つに対応します。それらを 、、、……で示された解答欄にマークしてください。

例えば、 に -84 と解答する場合には、次の(例2)のようにマークします。

(例2)

解答番号	解答欄
<input type="text" value="2"/>	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
<input type="text" value="3"/>	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⑩ ⊖
<input type="text" value="4"/>	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

なお、同一の問題文中に 、 などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、、 のように細字で表記します。

(2) 分数形で解答する場合は、符号は分子に付け、分母に付けてはいけません。また、分数は既約分数で答えてください。

例えば、 $\frac{\text{5} \text{6}}{\text{7}}$  に  $-\frac{4}{5}$  と解答する場合には、 $\frac{-4}{5}$  として、次の(例3)のように

マークします。

(例3)

解答番号	解答欄
<input type="text" value="5"/>	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
<input type="text" value="6"/>	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
<input type="text" value="7"/>	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

(3) 小数の形で解答する場合は、特に指示されていなければ、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで⑩にマークしてください。

例えば、 に 2.6 と解答する場合には、2.60 として答えてください。

(4) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

4 「ただし、選んだ数字の小さい順にマークすること。解答番号は 、、。」と表示のある間に対して、2と5と8と解答する場合には、次の(例4)のように「②、⑤、⑧」の順にマークします。

このとき、「②、⑤、⑧」以外の「⑤、②、⑧」や「⑧、②、⑤」などの順にマークした場合には、不正解となります。

(例4)

解答番号	解答欄
<input type="text" value="11"/>	① ● ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
<input type="text" value="12"/>	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
<input type="text" value="13"/>	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⑩ ⊖

問題番号		解答番号	正答1	正答2	正答3	配点	備考	
大問番号	小問番号							
1	問1	1	5			4		
		2	2			4	完全解答	
	問2	3	0					
		4	5			3		
		5	2			3		
		6	—					
		7	1			3	完全解答	
		8	4					
	問3	(1)	9	1			4	完全解答
			10	5				
			11	1				
			12	2				
		(2)	13	1			4	完全解答
			14	5				
			15	3				
			16	1				
	問4	(1)	17	4			4	完全解答
			18	4				
		(2)	19	8			4	完全解答
			20	6				
	問5	(1)	21	2			4	完全解答
			22	4				
		(2)	23	4			4	完全解答
	問6	(1)ア	24	3			3	
		(2)イ	25	2			3	
(3)ウ		26	4			3		
2	問1	27	1			3	完全解答	
		28	7					
		29	1					
		30	7					
		31	1					
	問2	32	2			3	完全解答	
		33	3					
		34	1					
		35	3					
		36	9					
	問3	37	8			4	完全解答	
		38	1					
		39	3					
		40	1					
		41	3					
42		8						
43		2						
3	問1	44	7			4	完全解答	
		45	—					
		46	3					
		47	3					
		48	3					
	問2	49	2			4	完全解答	
		50	3					
		51	2					
	問3	52	3			6	完全解答	
		53	1					
4	問1	54	3			6	完全解答	
	問2	55	2			4		
	問3	56	4			4		
5	問1	57	2			4		
	問2	58	4			3		