

専 門 教 養
令 和 4 年 7 月
60分

受 験 教 科 等
中・高等学校共通 数 学

注 意

- 1 指示があるまで、問題冊子を開いてはいけません。
- 2 全て係員の指示に従って、静粛に受験してください。
- 3 机上には、受験票、筆記用具、時計以外のものを出してはいけません。
- 4 他の受験者の迷惑になるような行為、スマートフォン等の使用及び不正行為をしてはいけません。
- 5 解答時間は60分です。途中退出はできません。
- 6 問題冊子のページ数は、7ページです。はじめにページ数を確認してください。
- 7 解答用紙に、**必要事項が正しく記入・マークされていない場合には、解答は全て無効**となります。解答用紙の【1】の欄には、**受験番号**を記入し、**受験番号に対応する数字をマーク**してください。【2】の欄には、**氏名**を記入してください。ただし、【3】の**選択問題を表す欄のマークは不要**です。
- 8 問題冊子の余白等は、適宜使用しても構いませんが、どのページも切り離してはいけません。
- 9 問題文中の「学習指導要領」は、特に指示がある場合を除いて、平成29年、平成30年又は平成31年告示の「学習指導要領」を表しています。
- 10 問題の内容についての質問には一切応じません。

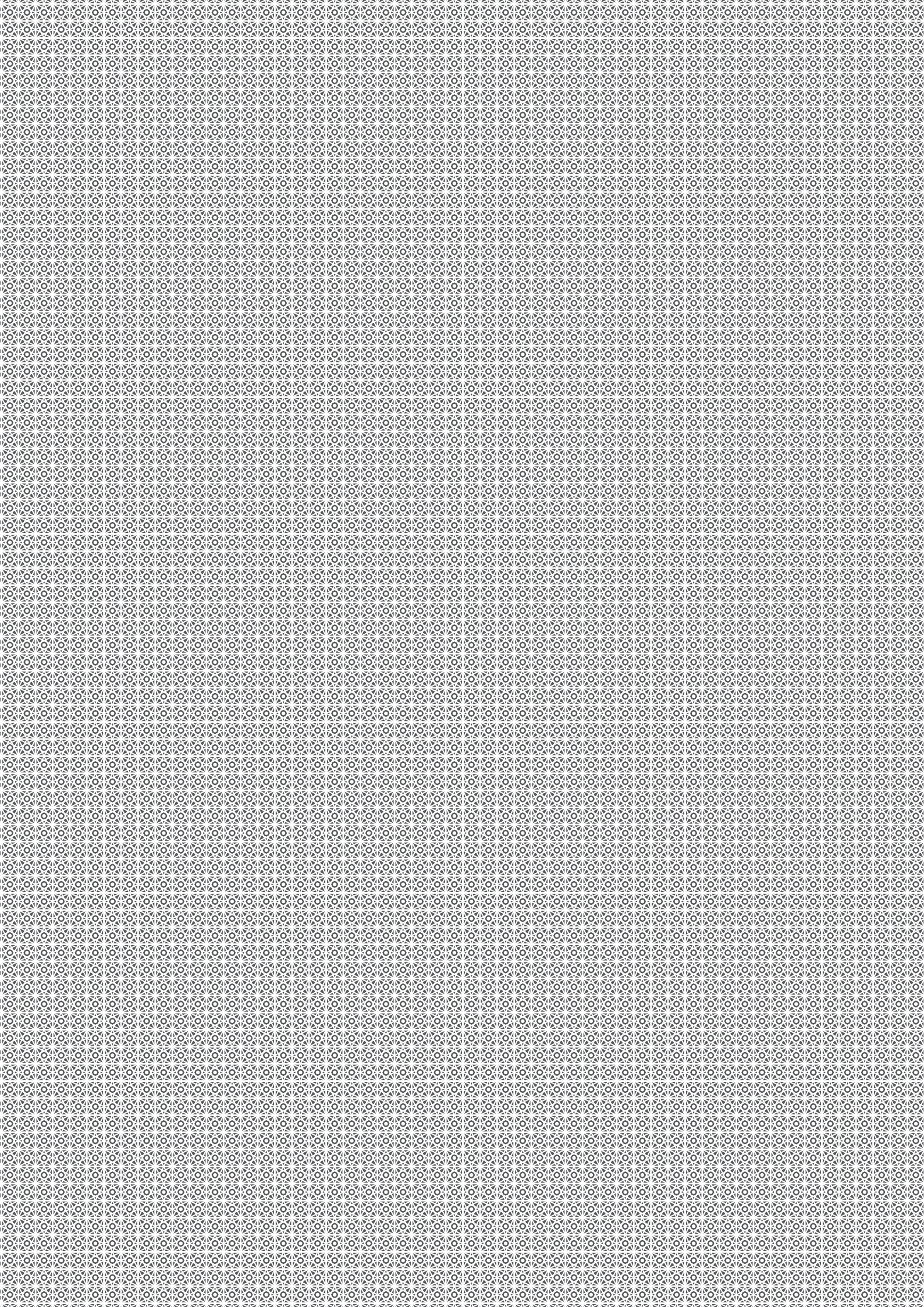
解答上の注意

- 1 解答は、問題文や解答用紙の注意事項に従って、解答欄にマークしてください。各問に対して、正答は一つだけです。**各解答欄に二つ以上マークした場合は誤り**とします。
- 2 「解答番号は 1。」と表示のある問に対して、3と解答する場合には、次の(例1)のように解答番号 1 の解答欄の③にマークしてください。

(例1)

解答番号	解答欄
1	① ② ● ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

解答上の注意の続きを、問題冊子の裏表紙に記載してあります。問題冊子を裏返して必ず読んでください。



問題は、次のページから始まります。

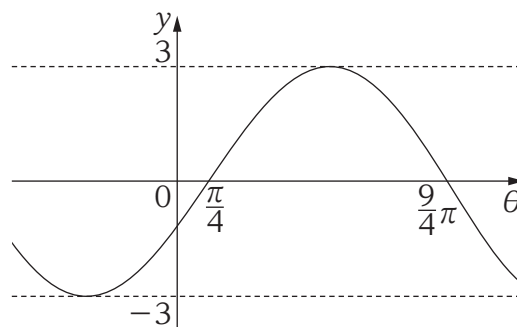
1 次の各問に答えよ。

[問 1] $a^2 - 3a + 1 = 0$ のとき、 $a^3 + \frac{1}{a^3} =$ である。

[問 2] 右の図は、三角関数のグラフである。
このグラフの方程式は、

$$y = \text{} \sin\left(\frac{\theta}{\text{}} - \frac{\pi}{\text{}}\right)$$

である。



[問 3] 1 から 5 までの 5 個の数字を 1 列に並べて 5 桁の整数をつくる。これらの整数を小さい順に並べるとき、52341 は小さい方から数えて 番目である。

[問 4] 13 で割ると 11 余り、5 で割ると 2 余る正の整数がある。この数を 65 で割ったときの余りは である。

[問 5] $OA=4$ 、 $OB=3$ 、 $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}=5$ である $\triangle OAB$ において、頂点 O から直線 AB に下ろした垂線と直線 AB との交点を H とすると、

$$\overrightarrow{OH} = \frac{\boxed{11}}{\boxed{12} \boxed{13}} \overrightarrow{OA} + \frac{\boxed{14} \boxed{15}}{\boxed{16} \boxed{17}} \overrightarrow{OB} \text{ である。}$$

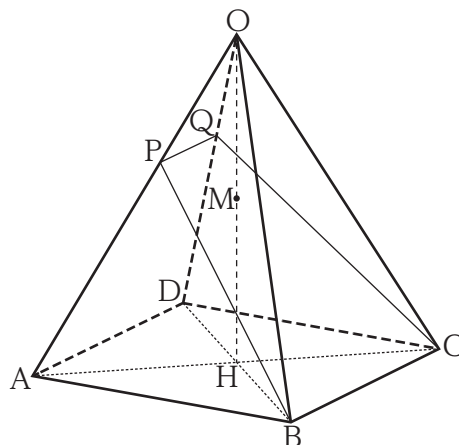
[問 6] 平方すると $3i$ になる複素数は、 $\pm \frac{\sqrt{\boxed{18}} + \sqrt{\boxed{19}} i}{\boxed{20}}$ である。

[問 7] $f(x) = 2x^3 - x$ のとき、 $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{1}{x-2} \int_2^x \{f(t) - f(1)\} dt = \boxed{21} \boxed{22}$ である。

[問 8] $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{k}{3^k} = \frac{\boxed{23}}{\boxed{24}}$ である。

2 立体O-ABCDは、底面ABCDが一辺の長さ2の正方形で、 $OA = OB = OC = OD = 3$ の正四角錐である。正方形ABCDの対角線の交点をHとし、線分OHの中点をMとする。

3点B、C、Mを通る平面と、辺OA、辺ODとの交点をそれぞれP、Qとするとき、次の各問に答えよ。



[問 1] 線分PQの長さは $\frac{\boxed{25}}{\boxed{26}}$ である。

[問 2] 四角形PBCQの面積は $\frac{\boxed{27} \sqrt{\boxed{28} \boxed{29}}}{\boxed{30}}$ である。

[問 3] 立体O-PBCQの体積は、立体O-ABCDの $\frac{\boxed{31}}{\boxed{32}}$ 倍である。また、立体O-PBCQ

の体積は $\frac{\boxed{33} \sqrt{\boxed{34}}}{\boxed{35} \boxed{36}}$ である。

3 xy 平面上に、円 $C_1: x^2 + y^2 = 4$ と放物線 $C_2: y = \frac{1}{2}x^2 + k$ (k : 定数) があり、2 曲線 C_1 、 C_2 は相異なる 2 点 P 、 Q で接線を共有している。 P 、 Q によって分けられる円 C_1 の弧のうち、長さの短い方の弧と曲線 C_2 によって囲まれる部分を D とする。このとき、次の各問に答えよ。

[問 1] $k = \frac{\boxed{37}\boxed{38}}{\boxed{39}}$ である。

[問 2] D の面積は $\boxed{40} \sqrt{\boxed{41}} - \frac{\boxed{42}}{\boxed{43}} \pi$ である。

[問 3] D を y 軸のまわりに 1 回転してできる立体の体積は $\frac{\boxed{44}}{\boxed{45}\boxed{46}} \pi$ である。

- 4 次の記述は、中学校第2学年の「データの活用」の学習に関する事例である。次のページの各問に答えよ。

T教諭は、前時の授業の確認として、次の【問題1】を提示した。

【問題1】

大きさが9のデータ 6、7、13、18、20、22、29、35、39 の中央値と四分位範囲を求めなさい。

しばらくして、T教諭が生徒の様子を見たところ、中央値と四分位範囲について誤って理解している生徒がいることに気付いたため、T教諭は、それぞれの値の求め方について改めて説明し、【問題1】の中央値は **ア**、四分位範囲は **イ** となることを確認した。

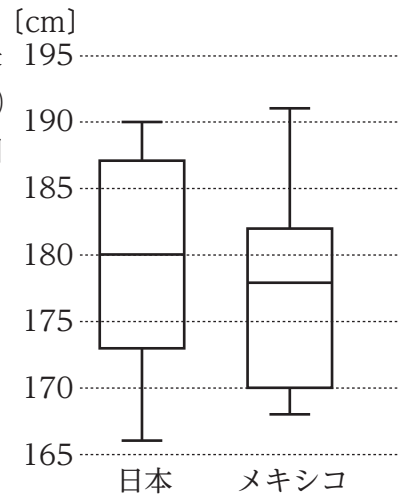
次に、T教諭は、「【問題1】のデータから2つの値を同時に除いて大きさが7のデータを作ったところ、中央値と四分位範囲は、【問題1】で求めた中央値と四分位範囲とそれぞれ同じ値になりました。①同時に除いた2つの値は何と何でしょうか。」と生徒に問いかけた。さらに、「答えは1組だけではありません。できるだけ多くの組を考えてみましょう。」と生徒に声を掛けた。しばらくして、T教諭は、生徒に考えられる値の組を発表させ、正しいかどうかの確認を生徒とともにいった。

さらに、T教諭は【問題2】を提示した。

【問題2】

ある年のサッカー日本代表とメキシコ代表の11人の身長について、右の図から読み取れることとして、次の(1)~(4)は正しいといえますか。「正しい」「正しくない」「この図からは分からない」のいずれかで答えなさい。

- (1) 四分位範囲は、メキシコよりも日本の方が大きい。
- (2) 日本で第1四分位数 Q_1 に当たる選手の身長は、メキシコで一番身長の低い選手より低い。
- (3) 170cm以下の人は日本よりもメキシコの方が多い。
- (4) 平均値は、メキシコよりも日本の方が大きい。



しばらくして、T教諭が生徒の様子を見たところ、(1)と(2)は、ほとんどの生徒が正しく答えられていたが、②(3)と(4)を誤っている生徒が多くいることに気付いたため、T教諭は、解答を伝える際に具体的なデータを生徒に示しながら、解説を行った。

最後に、T教諭は、四分位範囲や箱ひげ図を用いて、データの分布の傾向を比較して読み取り、批判的に考察したり判断したことを説明したりすることの大切さを生徒に伝え、授業のまとめとした。

[問 1] 記述中の空欄 **ア** ・ **イ** に当てはまる数の組合せとして適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は **47** 。

- | | | | | |
|---|----------|----|----------|----|
| 1 | ア | 20 | イ | 11 |
| 2 | ア | 20 | イ | 22 |
| 3 | ア | 21 | イ | 11 |
| 4 | ア | 21 | イ | 22 |

[問 2] 記述中の下線部①について、同時に除いた 2 つの値の組として最も適切なものは、次の 1～4 のうちではどれか。解答番号は **48** 。

- 1 6 と 20
- 2 7 と 39
- 3 13 と 35
- 4 18 と 29

[問 3] 記述中の下線部②について、(3)及び(4)の解答の組合せとして適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は **49** 。

- | | | |
|---|-----------|-----------------|
| 1 | (3) 正しい | (4) 正しい |
| 2 | (3) 正しい | (4) この図からは分からない |
| 3 | (3) 正しくない | (4) 正しい |
| 4 | (3) 正しくない | (4) この図からは分からない |

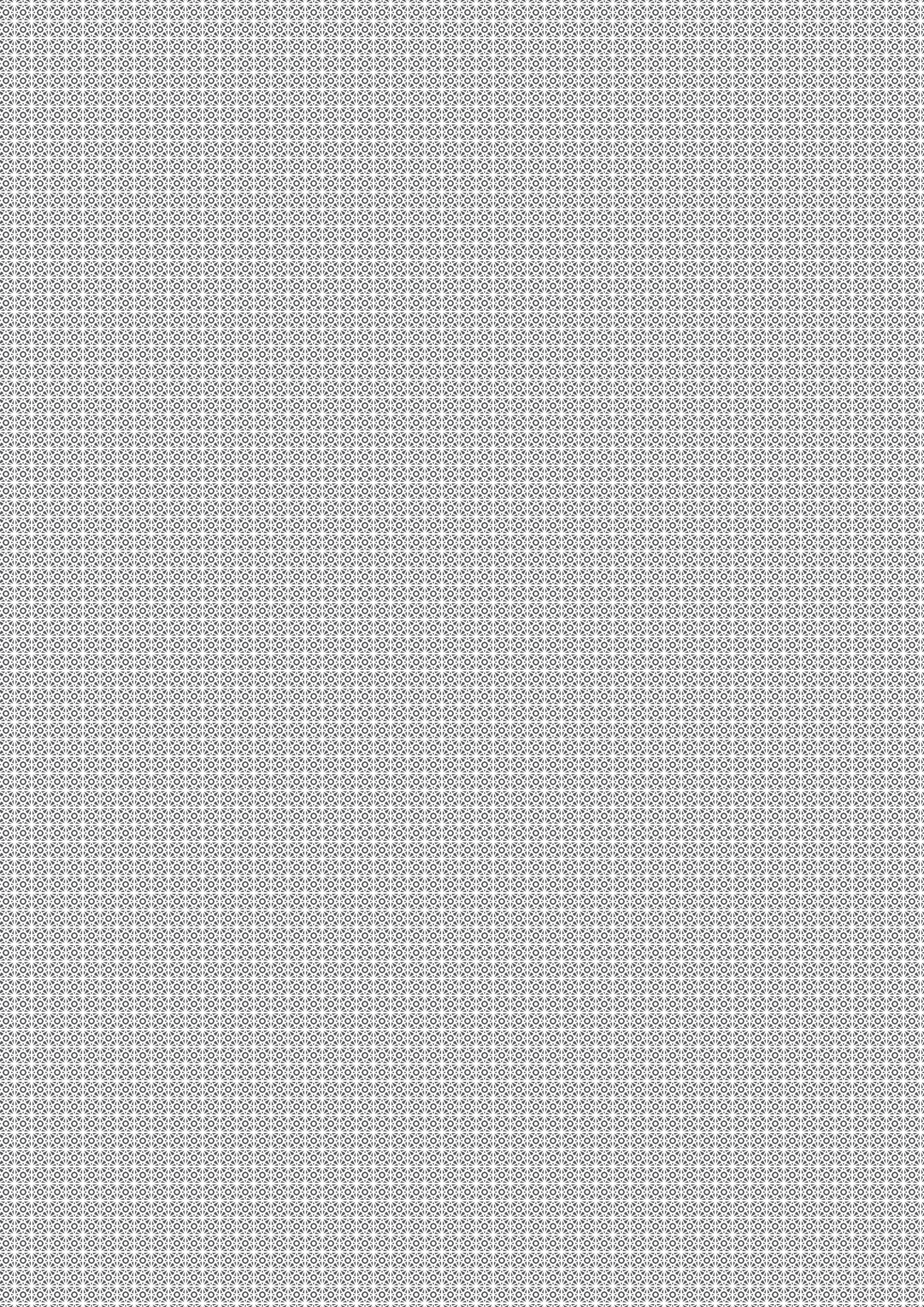
5 学習指導要領に関する次の各問に答えよ。

〔問 1〕 中学校学習指導要領数学の〔第 1 学年〕の「内容」において、身に付けることができるよう指導するとされている事項に関する記述として適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は 50。

- 1 「A 数と式」において、具体的な数の計算や既に学習した計算の方法と関連付けて、整式の加法と減法及び単項式の乗法と除法の計算の方法を考察し表現すること。
- 2 「B 図形」において、三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。
- 3 「C 関数」において、比例、反比例として捉えられる二つの数量について、表、式、グラフなどを用いて調べ、それらの変化や対応の特徴を見いだすこと。
- 4 「D データの活用」において、コンピュータなどの情報手段を用いるなどして無作為に標本を取り出し、整理すること。

〔問 2〕 高等学校学習指導要領数学の「数学Ⅱ」の「目標」に関する記述として適切なものは、次の 1～4 のうちのどれか。解答番号は 51。

- 1 数と式、図形と計量、二次関数及びデータの分析についての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- 2 いろいろな式、図形と方程式、指数関数・対数関数、三角関数及び微分・積分の考えについての基本的な概念や原理・法則を体系的に理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身に付けるようにする。
- 3 図形の構成要素間の関係などに着目し、図形の性質を見だし、論理的に考察する力、不確実な事象に着目し、確率の性質などに基づいて事象の起こりやすさを判断する力、数学と人間の活動との関わりに着目し、事象に数学の構造を見だし、数理的に考察する力を養う。
- 4 大きさと向きをもった量に着目し、演算法則やその図形的な意味を考察する力、図形や図形の構造に着目し、それらの性質を統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表現する力を養う。



3 問題文中の $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ などの $\boxed{\quad}$ には、数字又は符号 (-) が入ります。次の(1)~(4)の方法でマークしてください。

(1) $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ 、……の一つ一つは、それぞれ1~9、0の数字又は符号(-)のいずれか一つに対応します。それらを $\boxed{2}$ 、 $\boxed{3}$ 、 $\boxed{4}$ 、……で示された解答欄にマークしてください。

例えば、 $\boxed{234}$ に -84 と解答する場合には、次の(例2)のようにマークします。

(例2)

解答番号	解答欄
$\boxed{2}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
$\boxed{3}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ● ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{4}$	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

なお、同一の問題文中に $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ などが2度以上現れる場合、原則として、2度目以降は、 $\boxed{2}$ 、 $\boxed{34}$ のように細字で表記します。

(2) 分数形で解答する場合は、符号は分子に付け、分母に付けてはいけません。また、分数は既約分数で答えてください。

例えば、 $\frac{\boxed{56}}{\boxed{7}}$ に $-\frac{4}{5}$ と解答する場合には、 $\frac{-4}{5}$ として、次の(例3)のように

マークします。

(例3)

解答番号	解答欄
$\boxed{5}$	① ② ③ ④ ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ●
$\boxed{6}$	① ② ③ ● ⑤ ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖
$\boxed{7}$	① ② ③ ④ ● ⑥ ⑦ ⑧ ⑨ ⑩ ⊖

(3) 小数の形で解答する場合は、特に指示されていなければ、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。また、必要に応じて、指定された桁まで⑩にマークしてください。

例えば、 $\boxed{8.910}$ に 2.6 と解答する場合には、2.60 として答えてください。

(4) 根号を含む形で解答する場合は、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

問題番号		解答 番号	正答	配点	備考
大問	小問				
1	問1	1	1	5	完全解答
		2	8		
	問2	3	3	5	完全解答
		4	2		
		5	8		
	問3	6	1	5	完全解答
		7	0		
		8	6		
	問4	9	3	5	完全解答
		10	7		
	問5	11	4	5	完全解答
		12	1		
		13	5		
		14	1		
		15	1		
		16	1		
	問6	17	5	5	完全解答
		18	6		
		19	6		
	問7	20	2	5	完全解答
		21	1		
		22	3		
	問8	23	3	5	完全解答
		24	4		

問題番号		解答 番号	正答	配点	備考
大問	小問				
2	問1	25	2	5	完全解答
		26	3		
	問2	27	8	5	完全解答
		28	1		
		29	1		
		30	9		
	問3	31	2	5	完全解答
		32	9		
		33	8	5	完全解答
		34	7		
		35	2		
		36	7		
3	問1	37	-	5	完全解答
		38	5		
		39	2		
	問2	40	3	7	完全解答
		41	3		
		42	4		
		43	3		
	問3	44	7	7	完全解答
		45	1		
		46	2		
4	問1	47	2	5	
	問2	48	3	5	
	問3	49	2	5	
5	問1	50	3	3	
	問2	51	2	3	