

中学校 数学

マーク式解答用紙
受験番号記入例 ※1

解答についての注意点

- 1 解答用紙は、マーク式解答用紙と記述式解答用紙の2種類があります。
- 2 大問①～大問③については、マーク式解答用紙に、
大問④については、記述式解答用紙に記入してください。
- 3 解答用紙が配付されたら、まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し、受験番号に
対応する数字を、右の記入例に従って、鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は、全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2
- 4 大問①～大問③については、次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで
解答してください。



記述式解答用紙
受験番号記入例 ※2

受験番号	198375
------	--------

マーク式解答用紙への解答上の注意

- (1) 解答は、マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは、消しゴムできれいに消してください。
- (2) 問題の文中の **ア**、**イウ** などには、特に指示のないかぎり、符号(−、±)、数字(0～9)、又は文字(a～e)が入ります。ア、イ、ウ、…の一つ一つは、これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア、イ、ウ、…で示された解答欄にマークしてください。

例 **アイウ** に $-7a$ と答えたいとき



なお、同一の問題文中に **ア**、**イウ** などが2度以上現れる場合、2度目以降は、**ア**、**イウ** のように細枠で表記します。

- (3) 分数の形で解答する場合、分数の符号は分子につけ、分母につけてはいけません。

例えば、 $\frac{\text{エオ}}{\text{カ}}$ に $-\frac{4}{5}$ と答えたいときは、 $-\frac{4}{5}$ として答えてください。

また、それ以上約分できない形で答えてください。

例えば、 $\frac{3}{4}$ 、 $\frac{2a+1}{3}$ と答えるところを、 $\frac{6}{8}$ 、 $\frac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

- (4) 小数の形で解答する場合、指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また、必要に応じて、指定された桁まで **0** にマークしてください。

例えば、**キ**、**クケ** に 2.9 と答えたいときは、2.90 として答えてください。

- (5) 根号を含む形で解答する場合、根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば、 $4\sqrt{2}$ 、 $\frac{\sqrt{13}}{2}$ 、 $6\sqrt{2a}$ と答えるところを、 $2\sqrt{8}$ 、 $\frac{\sqrt{52}}{4}$ 、 $3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

- (6) 比の形で解答する場合、最も簡単な整数比で答えてください。

例えば、1:3 と答えるところを、2:6 のように答えてはいけません。

- 5 その他、係員が注意したことによく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

I

(1) $AB = 5$, $BC = 6$, $\angle ABC = 60^\circ$ の $\triangle ABC$ において,

辺 BC の 3 等分点を B に近い方から D, E とおく。

(ア) $AD = \sqrt{\boxed{\text{アイ}}}$ であり, $\triangle ABD$ の外接円の半径は, $\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウエ}}}}{\boxed{\text{オ}}}$ である。

(イ) $\triangle ABC$ の辺 AC を 2 : 3 に内分する点を P とおき, 線分 BP と線分 AD の交点を Q,

線分 BP と線分 AE の交点を R とおくと, $AR = \frac{\sqrt{\boxed{\text{カキ}}}}{\boxed{\text{ク}}}$ であり,

$BQ : QR : RP = \boxed{\text{ケコ}} : \boxed{\text{サ}} : \boxed{\text{シ}}$ である。

(2) 3 点 A(1, 1), B(-3, -7), C(5, -1) がある。

このとき, AB, BC の垂直二等分線の方程式は,

それぞれ $y = -\frac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}x - \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}}$, $y = -\frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}x - \frac{\boxed{\text{テ}}}{\boxed{\text{ト}}}$ である。

よって, 3 点 A, B, C を通る円 O の方程式は,

$(x - \boxed{\text{ナ}})^2 + (y + \boxed{\text{ニ}})^2 = \boxed{\text{ヌネ}}$ となる。

また, 2 点 A, B における円 O の接線の交点を D とすると,

点 D の座標は ($\boxed{\text{ノハ}}$, $\boxed{\text{ヒ}}$) であり, $\triangle ABD$ の面積は $\boxed{\text{フヘ}}$ である。

2

(1) 1 から 10 までの自然数が 1 つずつ書かれた 10 枚のカードがある。

2 枚のカードを同時に取り出すとき、取り出した 2 枚のカードの自然数の和が 5 の倍数となる確率は、 $\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

ただし、どのカードが取り出されることも同様に確からしいものとする。

(2) a を定数とする。放物線 $y = -x^2 + (a+2)x - a - 4$ が x 軸と 2 点で交わり、

かつ直線 $y = x + 5$ と共有点をもたないような整数 a は、 $\boxed{ウ}$ 個ある。

(3) $x + y + z = 8$ ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$) を満たす整数 x, y, z の組 (x, y, z) は、

全部で $\boxed{エオ}$ 組存在する。

(4) 自然数 n が n 回ずつ続く、次のような数列がある。

1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ...

自然数 24 が初めて現れるのは第 $\boxed{カキク}$ 項で、第 2024 項は自然数 $\boxed{ケコ}$ である。

(5) a を定数とする。3 次方程式 $x^3 - (a+6)x^2 + (16+6a)x - 16a = 0$ の 1 つの解が

$\sqrt{5}$ であるとき、 a の値は $a = \sqrt{\boxed{サ}}$ であり、他の解は $x = \boxed{シ} \pm \sqrt{\boxed{ス}} i$ である。

(6) $x = 4^{10}, y = 9^3, z = 5^2$ とするとき、 xyz は $\boxed{セソ}$ 衝の整数である。

ただし、 $\log_{10} 2 = 0.3010, \log_{10} 3 = 0.4771$ とする。

(7) 平面上に 3 点 O, A, B があり、 $OA = 7, OB = 8, AB = 9$ となっている。

正の実数 t に対して、動点 P を $\overrightarrow{OP} = t \overrightarrow{OA} + \frac{1}{t} \overrightarrow{OB}$ となる点としたとき、 \overrightarrow{OA} と \overrightarrow{OB} の内積は $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB} = \boxed{タチ}$ であり、線分 OP の長さの最小値は $\boxed{ツテ}$ である。

(8) 2つの放物線 $C_1 : y = -x^2$, $C_2 : y = x^2 - 2x + 13$ がある。

放物線 C_1 , C_2 の共通接線 ℓ , m の方程式は,

それぞれ $y = \boxed{\text{ト}} x + \boxed{\text{ナ}}$, $y = \boxed{\text{ニヌ}} x + \boxed{\text{ネ}}$ となる。

また, ℓ , m と C_1 で囲まれた部分の面積は $\frac{\boxed{\text{ノハヒ}}}{\boxed{\text{フヘ}}}$ である。

3

図1のように、2点A,Bは関数 $y=ax^2$ (a は定数) のグラフ上の点であり、
点Cは直線 $y=6$ と y 軸との交点である。点Aの座標は(3,3)で、点Bを中心とする円は
直線 $y=6$ と y 軸に接し、点Bの x 座標は点Aの x 座標よりも大きいものとする。

(1) a の値は、 $a=\frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}$ である。

(2) 点Bの座標は、($\boxed{ウ}$, $\boxed{エオ}$)である。

(3) 直線ABの式は、 $y=\boxed{カ}x-\boxed{キ}$ である。

(4) 直線OBに平行で、点Aを通る直線の式は、

$y=\boxed{ク}x-\boxed{ケ}$ である。

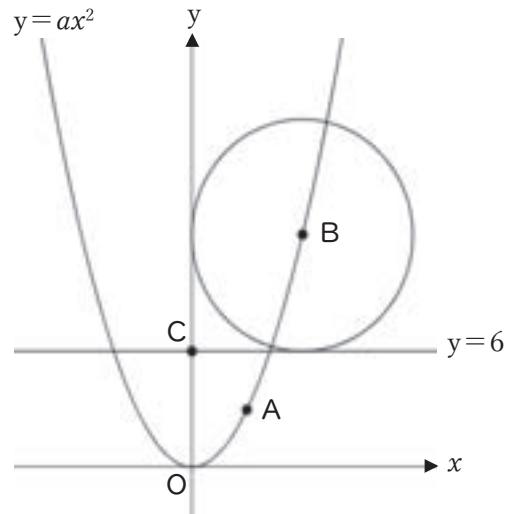


図1

(5) 点Bを通り四角形OABCの面積を2等分

する直線の式は、 $y=\frac{\boxed{コ}}{\boxed{サ}}x+\frac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}$ である。

図2のように、図1に加えて新たにP(p, 0)をとる。ただし、 $p < 0$ とする。

四角形OABCをy軸の周りに1回転させたときにできる立体をV₁、△OPCをy軸の周りに1回転
させたときにできる立体をV₂とする。

(6) 円周率をπとすると、

V₁の体積は $\boxed{セソタ}\pi$ である。

(7) V₁とV₂の体積比が1:2となるとき、

$p=\boxed{チツ}\sqrt{\boxed{テト}}$ である。

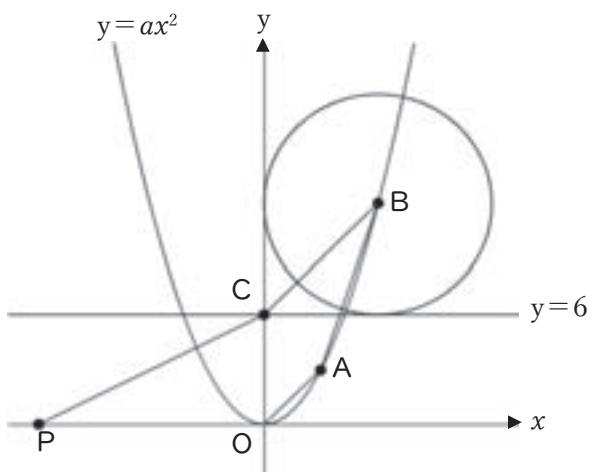


図2

4

図1のように、線分ABを直径とした円Oがある。

点Bにおける円Oの接線上に点Bとは異なる点C

をとり、点Cから接線BCと異なる接線をひき、

円Oとの接点をDとする。

また、線分OCと線分BDとの交点をE、

線分OCと円Oとの交点をFとする。

$AB = 8\text{ cm}$, $CD = 6\text{ cm}$ であるとき、次の問いに答えなさい。

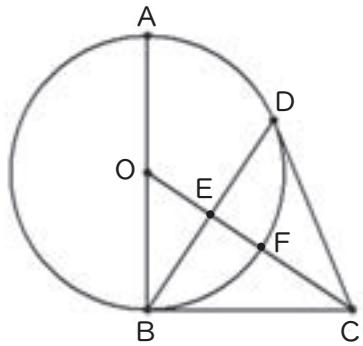


図1

(1) 線分OCの長さを求めなさい。

(2) 線分BDの長さを求めなさい。

(3) $\triangle EBO \sim \triangle ECD$ を示しなさい。

(4) 線分EFの長さを求めなさい。

(5) 図2のように、直線BCと直線ODの交点をGとするとき、

線分GBの長さを求めなさい。

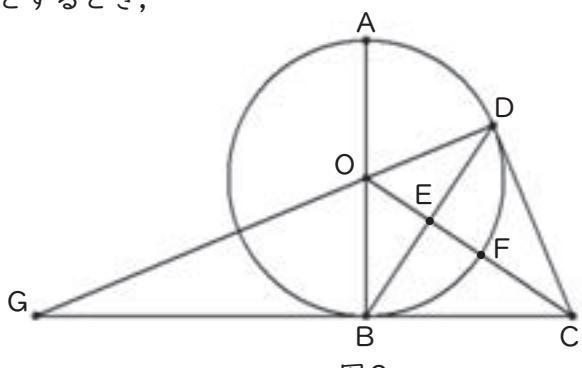


図2

受験番号	
------	--

令和6年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校 数学 解答用紙 (2枚のうち1)

((3)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(1)(2)は答えのみでよい。)

4	得点	
---	----	--

(1)

$$2\sqrt{13} \text{ (cm)}$$



(2)

$$\frac{24\sqrt{13}}{13} \text{ (cm)}$$



(3)

$\triangle EBO$ と $\triangle ECD$ において

対頂角より

$$\angle OEB = \angle DEC \cdots ①$$

また、CB, CD は円の接線であるから、 $\angle OBC = \angle ODC = 90^\circ$ であり、

四角形 OBCD の対角の和が 180° となるので、

四角形 OBCD は円に接する四角形である。

よって、四角形 OBCD の外接円の弧 OD の円周角より、

$$\angle OBE = \angle DCE \cdots ②$$

①, ②より 2 角がそれぞれ等しいので、 $\triangle EBO \sim \triangle ECD$

受験番号	
------	--

令和6年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校 数学 解答用紙 (2枚のうち2)

((5)は、解答及び解答に至る過程をすべて、解答用紙に記入すること。(4)は答えのみでよい。)

4 (続き)

(4)

$$4 - \frac{8\sqrt{13}}{13} \text{ (cm)}$$



(5)

$\triangle GBO$ と $\triangle GDC$ について、

$$\angle BGO = \angle DGC \text{ (共通)} \cdots ①$$

$$\angle GBO = \angle GDC = 90^\circ \cdots ②$$

①, ②より 2角がそれぞれ等しいから $\triangle GBO \sim \triangle GDC$ である。

$\triangle GBO \sim \triangle GDC$ より

$GB = x$, $GO = y$ とすると

$$y : (x + 6) = 2 : 3$$

$$2x - 3y = -12 \cdots ①$$

$$x : (y + 4) = 2 : 3$$

$$3x - 2y = 8 \cdots ②$$

①, ②を連立して解くと

① $\times 2$ - ② $\times 3$ より

$$x = \frac{48}{5}$$

$$\begin{array}{r}
 4x - 6y = -24 \\
 - 9x - 6y = 24 \\
 \hline
 -5x = -48
 \end{array}$$

$$\therefore GB = \frac{48}{5} \text{ (cm)}$$