令和３年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学

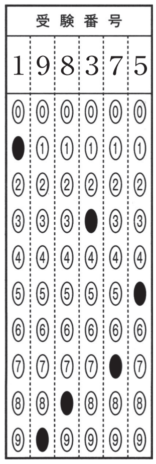
解答についての注意点

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，マーク式解答用紙に，
大問$\boxed{4}$については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し，受験番号に対応する数字を，右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

マーク式解答用紙
受験番号記入例　※1



記述式解答用紙
受験番号記入例　※2

受験番号	*198375*

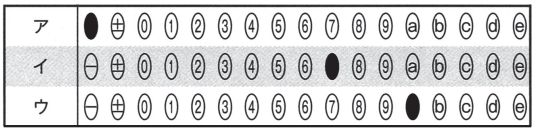
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の$\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$などには，特に指示のないかぎり，符号（−，±），数字（0～9），または文字（a～e）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{アイウ}$に $-7a$ と答えたいとき



なお，同一の問題文中に$\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{ア}$，$\boxed{イウ}$のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{エオ}}{\boxed{カ}}$に$-\dfrac{4}{5}$と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$として答えてください。

また，それ以上約分できない形で答えてください。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば，$\boxed{キ}.\boxed{クケ}$に 2.9 と答えたいときは，2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合，最も簡単な整数比で答えてください。

例えば，1：3 と答えるところを，2：6 のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$ 関数 $f(x) = 27^x + 27^{-x} - 6(9^x + 9^{-x}) + 3(3^x + 3^{-x})$ が最小値をとるときの x を求めよう。

$t = 3^x + 3^{-x}$ とおくと，$9^x + 9^{-x} = t^2 - \boxed{\text{ア}}$，$27^x + 27^{-x} = t^3 - \boxed{\text{イ}}\,t$ より

$f(x)$ を t で表した関数を $g(t)$ とおくと，$g(t) = t^3 - \boxed{\text{ウ}}\,t^2 + \boxed{\text{エオ}}$ である。

ここで t は $x = \boxed{\text{カ}}$ のとき最小値 $\boxed{\text{キ}}$ をとり，$t \geqq \boxed{\text{キ}}$ を満たすので

$g(t)$ は $t = \boxed{\text{ク}}$ のときに最小値 $\boxed{\text{ケコサ}}$ をとる。よって $f(x)$ が最小値をとるとき $x = \boxed{\text{シ}}$ で

ある。ただし $\boxed{\text{シ}}$ は下の⓪～⑧のうちから当てはまるものを一つ選べ。

$\boxed{\text{シ}}$ の選択肢

⓪ $2+\sqrt{3}$　① $2-\sqrt{3}$　② $2\pm\sqrt{3}$

③ $3^{2+\sqrt{3}}$　④ $3^{2-\sqrt{3}}$　⑤ $3^{2\pm\sqrt{3}}$

⑥ $\log_3(2+\sqrt{3})$　⑦ $\log_3(2-\sqrt{3})$　⑧ $\log_3(2\pm\sqrt{3})$

2 (1) 2つの集合A, Bについて $A=\{2, 5, 7a-a^2\}$, $B=\{3, 6, 5a-3, 2a-b\}$である。6が共通部分A∩Bに属していて，$A\cap B=\{5, 6\}$であるとき，$b=$ $\boxed{ア}$ であり，和集合 $A\cup B=\{2, 3, 5, 6,$ $\boxed{イウ}$$\}$である。

(2) 1辺の長さが2である正八角形の面積は $\boxed{エ}+\boxed{オ}\sqrt{\boxed{カ}}$ である。

(3) 大小2つのさいころを同時に1回だけ投げ，大きいさいころの目の数を a，小さいさいころの目の数を b とする。座標平面上において，点 $P(a, b)$ が

$$\begin{cases} y \geqq \dfrac{1}{9}x^2 \\ y \leqq -\dfrac{1}{3}x+6 \end{cases}$$

を満たす部分に含まれている確率は $\dfrac{\boxed{キ}}{\boxed{クケ}}$ である。ただし，さいころは1から6までのどの目が出ることも同様に確からしいものとする。

(4) 5040の正の約数の個数は $\boxed{コサ}$ 個である。

(5) $xy+7x+5y+12=0$ を満たす整数 x, y のうち，x が最大となるときの x と y の値はそれぞれ $x=$ $\boxed{シス}$，$y=$ $\boxed{セソ}$ である。

(6) $\cos 15^\circ \cos 30^\circ \cos 45^\circ \cos 60^\circ \cos 75^\circ$ の値は $\dfrac{\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チツ}}$ である。

(7) 次の $\boxed{テ}$ に当てはまるものを⓪～④のうちから一つ選べ。

点Pが△OABを含む平面上にあるとき，$\overrightarrow{AP}\cdot\overrightarrow{BP}=0$ が成り立つことは，点Pが $\boxed{テ}$ 上に存在するための必要十分条件である。

$\boxed{テ}$ の選択肢

⓪ △OABの外接円の周　　① △OABの内接円の周

② 線分ABを直径とする円の周　　③ 線分ABの垂直二等分線

④ ∠AOBの二等分線

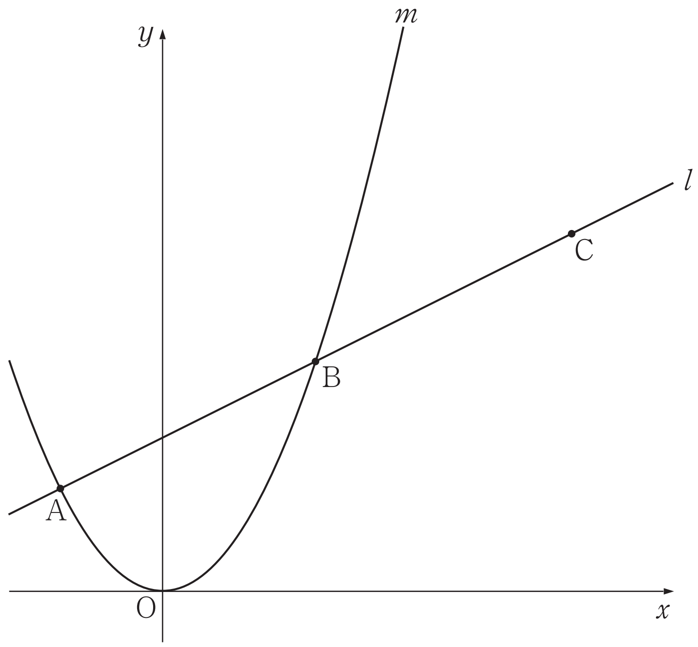
(8) 数列 $1, -1, -1, 0, 0, 0, 1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, -1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, \cdots$ を$\{a_n\}$とする。

次のように，初項から項が1個，2個，3個，・・・となるように群に分け，それぞれ第1群，第2群，第3群，・・・とする。

$1 \mid -1, -1 \mid 0, 0, 0 \mid 1, 1, 1, 1 \mid -1, -1, -1, -1, -1 \mid 0, 0, 0, 0, 0, 0 \mid \cdots$

第 n 群には，$n\equiv 1 \pmod 3$ のとき1が，$n\equiv -1 \pmod 3$ のとき-1が，$n\equiv 0 \pmod 3$ のとき0が，それぞれ n 個ずつ並んでいるといえる。このとき，a_{324} は第 $\boxed{トナ}$ 群に含まれていて，$\displaystyle\sum_{n=1}^{324} a_n=$ $\boxed{ニヌ}$ である。

3　下の図において放物線 $m : y = \dfrac{1}{2}x^2$ と直線 $l : y = ax + b\ (a > 0)$ が2点A，Bで交わっており，Aの x 座標は -2 である。また，直線 l 上に AB＝BC を満たすAと異なる点Cをとる。

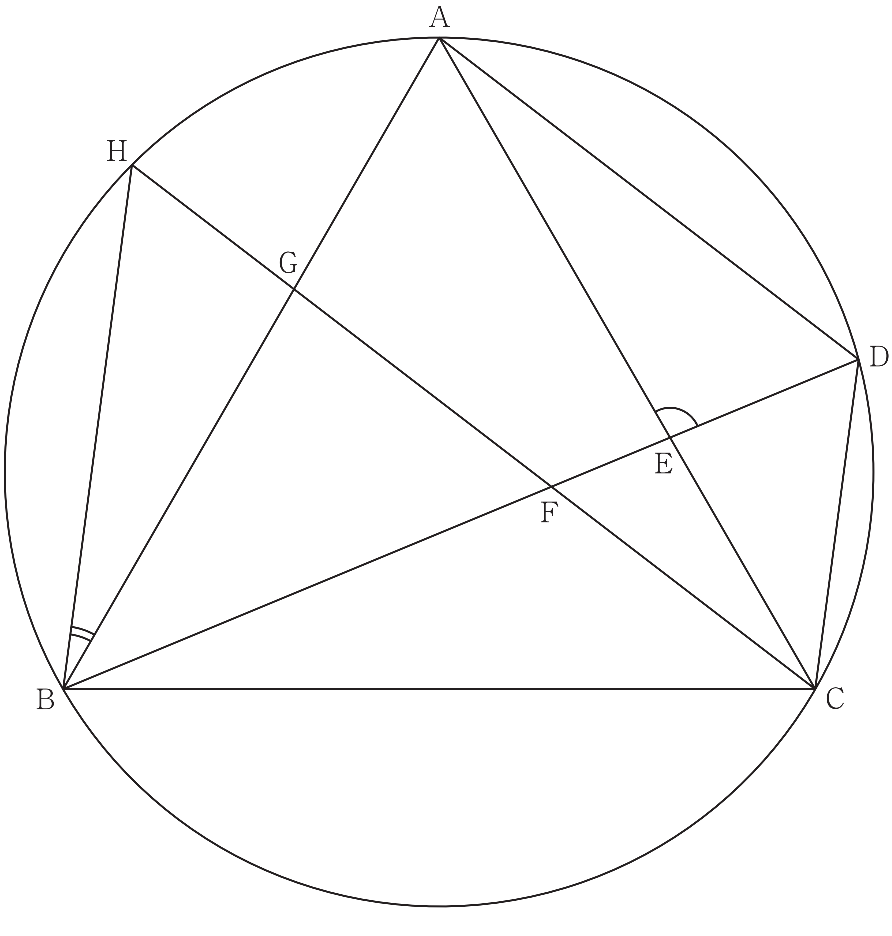


(1) $a = \dfrac{1}{2}$ のとき，直線 l の方程式は $y = \dfrac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}}x + \boxed{ウ}$ であり，Bの座標は $\left(\boxed{エ},\ \dfrac{\boxed{オ}}{\boxed{カ}}\right)$ であり，Cの座標は $(\boxed{キ},\ \boxed{ク})$ である。

(2) $\angle AOC = 90°$ のとき，Cの x 座標は $\boxed{ケ} + \boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}$ である。

(3) $a = 1$ のとき，y 軸に関してAと対称な点をDとする。△AODを y 軸の周りに1回転してできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{シ}}{\boxed{ス}}\pi$ であり，△AOBを y 軸の周りに1回転してできる立体の体積は $\dfrac{\boxed{セソタ}}{\boxed{チツ}}\pi$ である。

4 　下の図のように正三角形 ABC と 3 点 A，B，C を通る円がある。点 B を含まない側にある弧 AC 上に点 D をとり，△ADC をつくる。線分 BD を引き，辺 AC との交点を E，線分 BD 上に AD＝BF となる点 F をとる。直線 CF と辺 AB との交点を G，直線 CF と C を含まない側にある弧 AB との交点を H とするとき，次の問いに答えよ。



(1) △ADC ≡ △BFC を証明せよ。

(2) ∠AED = a とするとき，∠HBG の角度を a を用いて表せ。

(3) AD：DC = 4：3 のとき，線分 BE と線分 ED の長さの比を最も簡単な整数比で表せ。

(4) AB = 8 cm かつ (3) のとき，△BFC の面積を求めよ。

【計算用紙】

（必要に応じて使用すること）

令和3年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

三次選考択一問題の正答について

校種	中学校	教科・科目	数学

問題番号	解答記号	正解
1	$9^x + 9^{-x} = t^2 -$ ア	$9^x + 9^{-x} = t^2 - 2$
	$27^x + 27^{-x} = t^3 -$ イt	$27^x + 27^{-x} = t^3 - 3t$
	$g(t) = t^3 -$ ウ$t^2 +$ エオ	$g(t) = t^3 - 6t^2 + 12$
	$x =$ カ	$x = 0$
	キ	2
	$t =$ ク	$t = 4$
	ケコサ	−20
	シ	⑧
2	$b =$ ア	$b = 7$
	$A \cup B = \{2,3,5,6,$ イウ$\}$	$A \cup B = \{2,3,5,6,27\}$
	エ＋オ$\sqrt{カ}$	$8+8\sqrt{2}$
	$\frac{キ}{クケ}$	$\frac{7}{12}$
	コサ	60
	$x =$ シス	$x = 18$
	$y =$ セソ	$y = -6$
	$\frac{\sqrt{タ}}{チツ}$	$\frac{\sqrt{6}}{32}$
	テ	②
	トナ	25
	$\sum_{n=1}^{324} an =$ ニヌ	$\sum_{n=1}^{324} an = 16$
3	$y = \frac{ア}{イ}x +$ ウ	$y = \frac{1}{2}x + 3$
	エ, $\frac{オ}{カ}$	3, $\frac{9}{2}$
	キ, ク	8, 7
	ケ＋コ$\sqrt{サ}$	$4+2\sqrt{5}$
	$\frac{シ}{ス}\pi$	$\frac{8}{3}\pi$
	$\frac{セソタ}{チツ}\pi$	$\frac{656}{27}\pi$

受験番号	

令和3年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち１）

（（１）は解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること。

（２）は答えのみでよい。）

4

得点	

（１）

△ ADC と△ BFC において

仮定より　AD = BF · · · ①

△ ABC は正三角形より　AC = BC · · · ②

弧 DC に対する円周角は等しいから

∠CAD = ∠CBF· · · ③

①②③ より

2 組の辺とその間の角がそれぞれ等しいから

△ ADC ≡△ BFC

／

（２）

$$120^\circ - a$$

／

受験番号	

令和3年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち２）

（（３）は解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること。
（４）は答えのみでよい。）

4　（続き）

（３）

仮定より　AD=BF・・・①

また (1) より CD=CF

よって三角形 CFD は二等辺三角形であり $\angle CDF = \angle CAB = 60^\circ$ より

三角形 CFD は正三角形である。

よって　FD=DC・・・②

①② より BF:FD=AD:DC= 4 : 3・・・③

また△ ADE と△ CFE において

$\angle AED = \angle CEF$ (対頂角)・・・④

さらに三角形 CFD は正三角形なので $\angle CFE = 60^\circ$ であり

弧 AB に対する円周角は等しいので　$\angle ADE = \angle ACB$

三角形 ABC は正三角形より $\angle ACB = 60^\circ$

よって $\angle ADE = 60^\circ$

したがって $\angle ADE = \angle CFE$・・・⑤

④⑤ より 二組の角がそれぞれ等しいから△ ADE ∽△ CFE

△ ADE ∽△ CFE と CF＝DC より

DE : FE = AD : CF = AD : DC = 4 : 3・・・⑥

③ より AD = 4L, DC = 3L とすると, BF = 4L, FD = 3L となり

⑥ より

$$FE = \frac{3}{7}FD = \frac{3}{7} \times 3L = \frac{9}{7}L$$

$$DE = \frac{4}{7}FD = \frac{4}{7} \times 3L = \frac{12}{7}L$$

よって BE : ED = (BF + FE) : DE

$$= (4L + \frac{9}{7}L) : \frac{12}{7}L = 37 : 12$$

（４）

$$\frac{192\sqrt{3}}{37}\mathrm{cm}^2$$