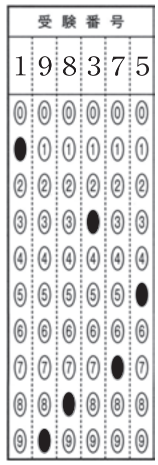
令和４年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

# 中学校　数学

**マーク式解答用紙**
**受験番号記入例　※1**




**記述式解答用紙**
**受験番号記入例　※2**

| 受験番号 | 1 9 8 3 7 5 |
|---|---|

## 解答についての注意点

1　解答用紙は，マーク式解答用紙と記述式解答用紙の２種類があります。

2　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，マーク式解答用紙に，
　大問$\boxed{4}$については，記述式解答用紙に記入してください。

3　解答用紙が配付されたら，まずマーク式解答用紙に受験番号等を記入し，受験番号に対応する数字を，右の記入例に従って，鉛筆で黒くぬりつぶしてください。※1
　記述式解答用紙は，全ての用紙の上部に受験番号のみを記入してください。※2

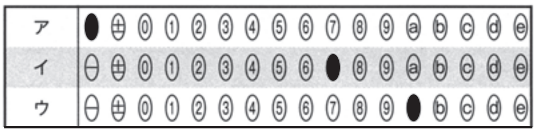
4　大問$\boxed{1}$～大問$\boxed{3}$については，次のマーク式解答用紙への解答上の注意をよく読んで解答してください。

### マーク式解答用紙への解答上の注意

（1）　解答は，マーク式解答用紙の問題番号に対応した解答欄にマークしてください。間違ってマークしたときは，消しゴムできれいに消してください。

（2）　問題の文中の$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$などには，特に指示のないかぎり，符号（－，±），数字（0～9），または文字（a～e）が入ります。ア，イ，ウ，…の一つ一つは，これらのいずれか一つに対応します。それらをマーク式解答用紙のア，イ，ウ，…で示された解答欄にマークしてください。

例　$\boxed{\text{アイウ}}$ に $-7a$ と答えたいとき




なお，同一の問題文中に$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$などが２度以上現れる場合，２度目以降は，$\boxed{\text{ア}}$，$\boxed{\text{イウ}}$のように細枠で表記します。

（3）　分数の形で解答する場合，分数の符号は分子につけ，分母につけてはいけません。

例えば，$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ に $-\dfrac{4}{5}$ と答えたいときは，$\dfrac{-4}{5}$ として答えてください。

また，それ以上約分できない形で答えてください。

例えば，$\dfrac{3}{4}$，$\dfrac{2a+1}{3}$ と答えるところを，$\dfrac{6}{8}$，$\dfrac{4a+2}{6}$ のように答えてはいけません。

（4）　小数の形で解答する場合，指定された桁数の一つ下の桁を四捨五入して答えてください。

また，必要に応じて，指定された桁まで⓪にマークしてください。

例えば，$\boxed{\text{キ}}.\boxed{\text{クケ}}$ に 2.9 と答えたいときは，2.90 として答えてください。

（5）　根号を含む形で解答する場合，根号の中に現れる自然数が最小となる形で答えてください。

例えば，$4\sqrt{2}$，$\dfrac{\sqrt{13}}{2}$，$6\sqrt{2a}$ と答えるところを，$2\sqrt{8}$，$\dfrac{\sqrt{52}}{4}$，$3\sqrt{8a}$ のように答えてはいけません。

（6）　比の形で解答する場合，最も簡単な整数比で答えてください。

例えば，1：3 と答えるところを，2：6 のように答えてはいけません。

5　その他，係員が注意したことをよく守ってください。

指示があるまで中をあけてはいけません。

$\boxed{1}$ (1) $4x - 3y = 20 \cdots$① を満たす整数 $x$, $y$ について，$0 \leqq x + y \leqq 100$ を満たす整数 $x$, $y$ の組の数を求める。

$x = \boxed{ア}$，$y = \boxed{イ}$ は①を満たしており，$4 \times \boxed{ア} - 3 \times \boxed{イ} = 20 \cdots$②が成り立つ。

①と②より，$\boxed{ウ}(x - \boxed{ア}) = \boxed{エ}\,y$ と変形できる。$k$ を整数とすると，

$$\begin{cases} x = \boxed{オ}\,k + \boxed{カ} \\ y = \boxed{キ}\,k \end{cases}$$

と表すことができる。よって，$0 \leqq x + y \leqq 100$ を満たす整数 $x$, $y$ の組は $\boxed{クケ}$ 組ある。

(2) $i$ を虚数単位とする。$z = -\dfrac{14}{3+\sqrt{5}\,i}$ のとき，$z^4 + 4z^3 - 20z - 22$ の値を求める。

$z$ を計算すると，$z = \boxed{コサ} + \sqrt{\boxed{シ}}\,i$ となる。

これを変形すると，$z^2 + \boxed{ス}\,z + \boxed{セソ} = 0$ となる。

また，$z^4 + 4z^3 - 20z - 22$ を $z^2 + \boxed{ス}\,z + \boxed{セソ}$ で割ったときの余りは，$\boxed{タチ}\,z + \boxed{ツ}$ となるので，$z^4 + 4z^3 - 20z - 22 = \boxed{テトナ} + \boxed{ニヌ}\sqrt{\boxed{ネ}}\,i$ である。

$\boxed{2}$ (1) 関数 $y = |x^2 - 4| - 2x$ $(-3 \leqq x \leqq 3)$ は $x = \boxed{ア}$ のとき，最小値 $\boxed{イウ}$ である。

(2) 6 個の数字 1，2，3，4，5，6 のすべてを重なりなく使用してできる 6 桁の数を，小さい順に並べるとき，

(ア) 初めて 300000 以上になる数は小さい方から数えると $\boxed{エオカ}$ 番目である。

(イ) 小さい方から数えて 300 番目の数の一の位は $\boxed{キ}$ である。

(3) 点 O を中心とする円に内接する△ABC おいて，AB = 2，BC = 6，CA = 5 であるとき，$\angle AOB = \alpha$ とおくと，$\cos\alpha = \dfrac{\boxed{クケコ}}{\boxed{サシス}}$ となる。ただし，$0 < \alpha < \pi$ とする。

(4) 実数 $t$ が $0 \leqq t \leqq 4$ を動くとき，方程式 $x^2 + y^2 - 2tx - 2y + t^2 - 3 = 0$ が表す図形が通過する領域と，不等式 $y \leqq 0$ が表す領域との共通部分の面積は $\dfrac{\boxed{セ}}{\boxed{ソ}}\pi + \boxed{タ} - \sqrt{\boxed{チ}}$ である。ただし，円周率を $\pi$ とする。

(5) $a$，$b$ は実数とする。初項 $a$，公比 $b$ の等比数列において，初項から第 4 項までの和は $-15$ であり，初項から第 8 項までの和は $-255$ である。また，初項 $a$，公差 $b$ の等差数列の初項から第 4 項までの和は 0 である。このとき，$a = \boxed{ツ}$，$b = \boxed{テ}$ である。

$\boxed{ツ}$ 及び $\boxed{テ}$ について，下の⓪～⑧のうちから当てはまるものを一つずつ選べ。

⓪ 0　① 1　② 2　③ 3　④ 4

⑤ $-1$　⑥ $-2$　⑦ $-3$　⑧ $-4$

(6) △OAB において，辺 OA を 5:4 に内分する点を C，辺 OB を 1:7 に内分する点を D，線分 AD と線分 BC との交点を E とする。$\overrightarrow{OA} = \vec{a}$，$\overrightarrow{OB} = \vec{b}$ とすると，$\overrightarrow{OE} = \dfrac{\boxed{トナ}}{\boxed{ニヌ}}\vec{a} + \dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノハ}}\vec{b}$ と表すことができる。

(7) あるアクリル板を 1 枚通るたびに，光線はその強さを 20 % 失う。

このアクリル板を $\boxed{ヒフ}$ 枚以上重ねると，これを通ってきた光線の強さがもとの強さの 1 % 以下になる。$\log_{10}2 = 0.3010$ として，$\boxed{ヒフ}$ に当てはまる最小の数値を答えよ。

(8) $a$ を実数とする。3 次方程式 $\dfrac{1}{3}x^3 - ax + a = 0$ が異なる 3 つの実数解を持つための必要十分条件は $a > \dfrac{\boxed{ヘ}}{\boxed{ホ}}$ である。

$\boxed{3}$ 図１のように，放物線 $l : y = x^2$ に直線 $m$ が交わっており，その交点をそれぞれＡ，Ｂとする。また，直線 $m$ と $y$ 軸との交点をＣとする。直線 $m$ の傾きは１で，点Ａの $x$ 座標は $-2$ である。

(1) 直線 $m$ の式は $y = x +$ $\boxed{ア}$ である。

(2) 点Ｂの座標は（ $\boxed{イ}$ ， $\boxed{ウ}$ ）である。

(3) 原点Ｏを通り△ＯＡＢの面積を二等分する直線の式は $y =$ $\boxed{エオ}$ $x$ である。

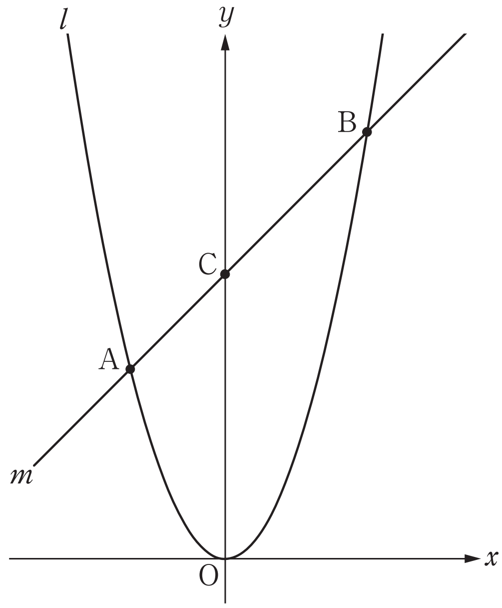


図１

図２のように，図１に加えて新たに直線 $n$ を引く。直線 $n$ と放物線 $l$ との交点をそれぞれＤ，Ｅとし，直線 $n$ と $y$ 軸との交点をＦとする。直線 $n$ の傾きは１で，点Ｅの $x$ 座標は２である。

(4) 四角形ＡＤＥＢの面積は $\boxed{カキ}$ となる。

(5) 四角形ＡＤＦＣと四角形ＣＦＥＢの面積の比を，最も簡単な整数の比で表すと $\boxed{ク}$ ： $\boxed{ケ}$ となる。

(6) 原点Ｏを通り四角形ＡＤＥＢの面積を二等分する直線の式は $y =$ $\boxed{コ}$ $x$ である。

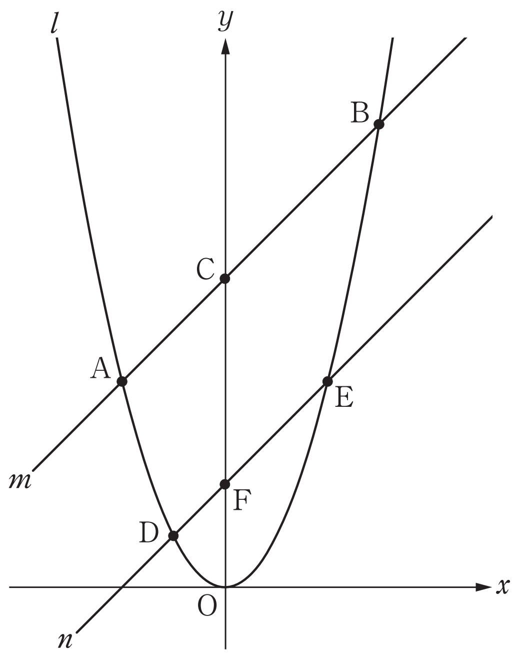
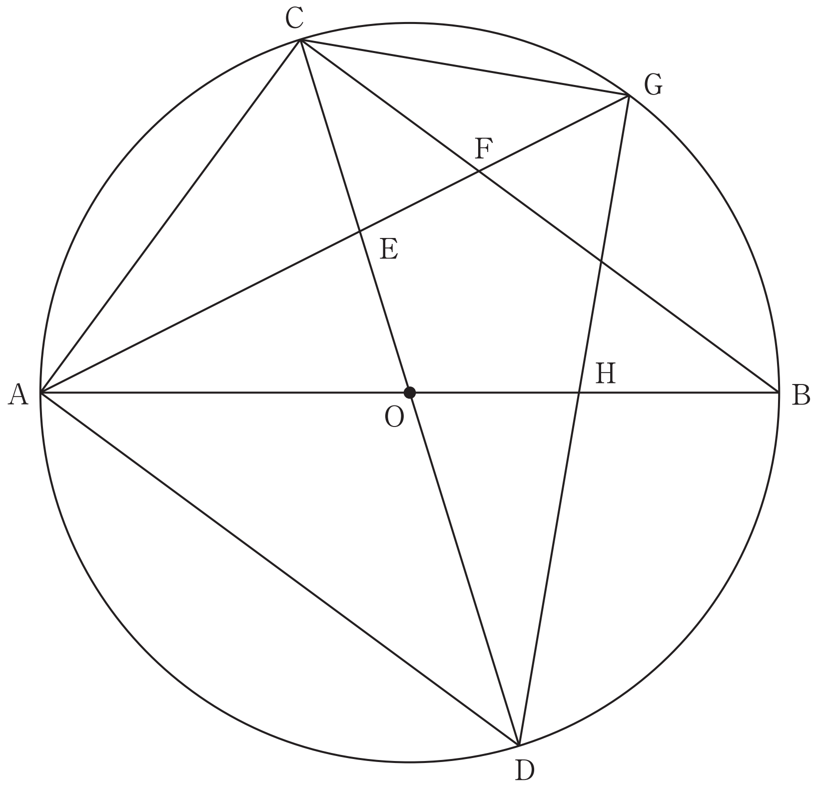


図２

**4** 線分 AB を直径とする円 O があり，点 O は円の中心である。円 O の円周上に点 C をとり，△ABC を作る。直線 CO と円 O との交点のうち C と異なる点を D とし，線分 AD を引く。∠CAB の二等分線と線分 CO，線分 BC，円 O との交点をそれぞれ E，F，G とし，線分 CG を引く。線分 DG と線分 AB との交点を H とする。




(1) △AOE ≡ △DOH であることを証明せよ。

(2) △ADH ∽ △GCE であることを証明せよ。

(3) AB = 10 cm，BC = 8 cm のとき，

(ア) 線分 OE の長さを求めよ。

(イ) 線分 AE と線分 EG の長さの比を，最も簡単な整数の比で表せ。

(ウ) △ADH と△GCE の面積の比を，最も簡単な整数の比で表せ。

【計算用紙】

（必要に応じて使用すること）

# 令和4年度大阪府公立学校教員採用選考テスト

## 三次選考択一問題の正答について

| 校種 | 中学校 | 教科・科目 | 数学 |
|---|---|---|---|

| 問題番号 | 解答記号 | 正解 |
|---|---|---|
| 1 | ア，イ | 5，0 |
| | ウ | 4 |
| | エ | 3 |
| | オ，カ | 3，5 |
| | キ | 4 |
| | クケ | 14 |
| | $\text{コサ}+\sqrt{\text{シ}}\,i$ | $-3+\sqrt{5}\,i$ |
| | ス、セソ | 6，14 |
| | $\text{タチ}z+\text{ツ}$ | $20z+6$ |
| | $\text{テトナ}+\text{ニヌ}\sqrt{\text{ネ}}\,i$ | $-54+20\sqrt{5}\,i$ |

| 問題番号 | 解答記号 | 正解 |
|---|---|---|
| 2 | ア | 2 |
| | イウ | −4 |
| | エオカ | 241 |
| | キ | 1 |
| | $\frac{\text{クケコ}}{\text{サシス}}$ | $\frac{161}{200}$ |
| | $\frac{\text{セ}}{\text{ソ}}\pi+\text{ター}\sqrt{\text{チ}}$ | $\frac{4}{3}\pi+4-\sqrt{3}$ |
| | ツ，テ | ③，⑥ |
| | $\frac{\text{トナ}}{\text{ニヌ}}$, $\frac{\text{ネ}}{\text{ノハ}}$ | $\frac{35}{67}$, $\frac{4}{67}$ |
| | ヒフ | 21 |
| | $\frac{\text{ヘ}}{\text{ホ}}$ | $\frac{9}{4}$ |

| 問題番号 | 解答記号 | 正解 |
|---|---|---|
| 3 | ア | 6 |
| | イ，ウ | 3，9 |
| | エオ | 13 |
| | カキ | 16 |
| | ク ： ケ | 3 ： 5 |
| | コ | 9 |

| 受験番号 | |
|---|---|

令和4年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

# 中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち１）

（（１）と（２）は解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること。）

4

| 得点 | |
|---|---|

（１）

△AOE と △DOH　において，
OA，OD は円 O の半径だから，OA＝OD　…　①
対頂角は等しいから，∠AOE＝∠DOH　…　②
AG は∠CAB の二等分線だから，∠EAO＝∠CAE　…　③
弧 CG に対する円周角は等しいから，∠CAE＝∠HDO　…　④
③④より，∠EAO＝∠HDO　…　⑤
①②⑤より，一辺とその両端の角がそれぞれ等しいから，
△AOE ≡ △DOH

／

（２）

△ADH と △GCE　において，
△AOE ≡ △DOH　より，∠AEO ＝ ∠AHD　…　①
対頂角は等しいから，∠AEO ＝ ∠GEC　…　②
①②より，∠AHD ＝ ∠GEC　…　③
△OAD は OA＝OD の二等辺三角形より，
∠DAH ＝ ∠ODA　…　④
弧 CA に対する円周角は等しいから, ∠ODA ＝ ∠CGE　…　⑤
④⑤より，∠DAH ＝ ∠CGE　…　⑥
③⑥より，２組の角がそれぞれ等しいから，
△ADH ∽ △GCE

／

| 受験番号 | |
|---|---|

令和4年度大阪府・大阪市・堺市・豊能地区公立学校教員採用選考テスト

# 中学校　数学　解答用紙　（２枚のうち２）

（（３）の（ウ）は解答及び解答に至る過程はすべて，解答用紙に記入すること。
（３）の（ア）と（イ）は答えのみでよい。）

4　（続き）

（３）（ア）

$\dfrac{25}{11}$ cm

（イ）

AE：EG＝6：5

（ウ）

△ADH の面積を$S$，△GCE の面積を$T$とおく。

（１）より△AOE≡△DOH より，OH＝OE＝$\dfrac{25}{11}$だから，

$$\mathrm{AH}=5+\frac{25}{11}=\frac{80}{11},\ \mathrm{CE}=\frac{6}{11}\mathrm{OC}=\frac{6}{11}\times 5=\frac{30}{11}$$

（３）（イ）より，AE：EG＝6：5 より，AE＝$6t$，EG＝$5t$とすると，

（２）より，△ADH∽△GCE だから，AH：GE＝DH：CE

となるから，$\dfrac{80}{11}:5t=6t:\dfrac{30}{11}\Leftrightarrow 30t^2=\dfrac{80\times 30}{11^2}\Leftrightarrow t^2=\dfrac{80}{11^2}$

$t>0$ より　$t=\dfrac{\sqrt{80}}{11}=\dfrac{4\sqrt{5}}{11}$

△ADH と△GCE の相似比は，DH：CE＝$6t:\dfrac{30}{11}=\dfrac{24\sqrt{5}}{11}:\dfrac{30}{11}$

△ADH と△GCE の面積比は，

$S:T=(\dfrac{24\sqrt{5}}{11})^2:(\dfrac{30}{11})^2=24^2\times 5:30^2=16:5$